

СЕРИЯ «НАНОШКОЛА»

Н. А. Богословский

**Физический кружок
для шестиклассников и семиклассников**

Санкт-Петербург, 2012

УДК 372.853+37.035.461

ББК 74.262.22

Б 74

Богословский Никита Александрович. Физический кружок для шести-классников и семиклассников. – СПб.: Школьная лига, Лема, 2012. – 228 с.

Серия «Наношкола»

Пособие подготовлено в рамках проекта «Школьная лига РОСНАНО»

ISBN

Эта книга может быть интересной как руководителям физических кружков и учителям, проводящим факультативные занятия по физике, так и самим школьникам.

Большинство из представленных тем входят в школьную программу 7 класса по физике, но при изложении материала автор старался не повторять учебник, а показать те же физические явления с разных сторон.

В каждой теме предложено теоретическое вступление (как возможный план занятия в кружке) и приведены задачи различного уровня сложности, чтобы преподаватель имел возможность выбора в зависимости от своих предпочтений и уровня подготовки школьников.

В основу книги легли материалы занятий в кружке «Центр по работе с одарёнными детьми» при лицее «Физико-техническая школа».

© Н. А. Богословский, 2012
© АНПО «Школьная лига», 2012

Содержание

Введение	4
Комментарий по проведению занятий	6
Рекомендуемая литература	8
1. Занимательные задачи	9
2. Физические величины	11
3. Движение	17
4. Масса и плотность	39
5. Измерение и погрешность	47
6. Инерция	52
7. Сила	65
8. Импульс	87
9. Метод анализа размерностей	91
10. Давление	96
11. Моменты	130
12. Ускорение	152
13. Неинерциальные системы отсчёта. Кажущиеся силы	158
14. Работа и Энергия	165
15. Вечный двигатель	175
16. Арифметика цвета	179
Темы для самостоятельного изучения	181
Ответы и решения	183

Введение

Настоящая книга может быть полезной преподавателям физических кружков при подготовке и проведении занятий со школьниками 6-8 классов, а также учителям, которые проводят факультативные занятия по физике. Впрочем, она может оказаться интересной и для самих школьников.

В основу книги легли материалы занятий с учениками 6-7 классов в кружке «Центр по работе с одарёнными детьми» при лицее «Физико-техническая школа».

Текст книжки разделен на отдельные темы. В каждой теме я кратко изложил необходимую теорию и привёл задачи. Преподаватели могут рассматривать теорию как возможный план занятия в кружке. В тексте теории я обратил внимание на основные идеи, которые, на мой взгляд, полезно обсудить со школьниками. Однако было бы неправильно ограничиться только изложенным материалом, при подготовке каждого занятия необходимо учитывать цели занятия и уровень учеников в группе.

Поскольку большинство рассмотренных тем входят в школьную программу 7 класса по физике, при изложении материала я старался не повторять школьный учебник, а показать то же физическое явление с другой стороны. Особое внимание уделено обоснованию физических законов.

В каждой теме приведены задачи различного уровня сложности. Я старался предложить достаточно много задач для того, чтобы преподаватель имел возможность выбора в зависимости от своих предпочтений и уровня подготовки школьников. Решения наиболее важных задач приведены в тексте, остальные задачи разобраны в конце книги. Замечу, что некоторые задачи могут быть недоступны школьникам 6-7-го классов из-за недостаточного математического аппарата (в ряде задач нужно работать с формулами «в буквах» и приводить выражения к общему знаменателю). Однако в этом нет ничего страшного, эти задачи почти всегда можно пропускать без ущерба для понимания материала.

Идеи многих задач были взяты из книг Перельмана, задачник Лукашика, Тульчинского, Савченко, Русакова и Сухова, Слободецкого и Асламова, а также сборника Гельфгата, Генденштейна и Кирика. Некоторые задачи в разное время предлагались на Санкт-Петербургской олимпиаде школьников по физике, а также на вступительной олимпиаде в Физико-техническую школу.

В заключение я хотел бы выразить благодарность К.М. Столбову за предложение написать настоящую книгу и помощь в её издании, учителю физики ФТШ А.М. Минарскому за ценные советы и замечания, М.Г. Иванову и Н.В. Тараканову за предложения по структуре изложения материала, а так же Т.Ю. Комаровой и Л.К. Богословской за полезные замечания по тексту и формулировкам задач. Отдельно хочется отметить С.А. Маннинена, О.И. Румянцева и А.В. Налитова, вместе с которыми я в разные годы проводил занятия.

Комментарии по проведению занятий

В начале занятия полезно провести небольшую разминку. Это помогает ребятам настроиться и включиться в работу. В качестве разминки можно предложить простую, но интересную задачу на общую физическую интуицию. Подобные задачи можно найти в главе «Занимательные задачи».

Безусловно, на занятиях нельзя обойтись без объяснения теории. Однако со стороны преподавателя было бы неправильно самому рассказывать весь материал. В силу возраста большинство ребят не способны надолго концентрировать внимание, поэтому многие достаточно быстро перестают следить за изложением.

Разумно построить рассказ в форме диалога преподавателя с учениками. Чтобы никто не выключался из обсуждения, можно вначале задавать вопрос менее активным ученикам, а при необходимости прибегать к помощи более активных ребят. Конечно, в процессе обсуждения преподаватель может дополнять ответы учеников.

На мой взгляд, порядок изложения материала в настоящей книжке является достаточно логичным. Однако преподаватели могут по своему усмотрению изменять порядок тем. Некоторые темы вообще можно пропустить без ущерба для понимания остального материала.

Также отмечу, что неправильно долго заниматься одной и той же темой. Кроме того, необходимо как можно чаще возвращаться к пройденным ранее темам, например, полезно в каждую тему включать несколько комбинированных задач.

Одним из возможных способов изучения теоретического материала может быть форма рабочей тетради. В этом методе ученикам предлагается текст, в котором пропущены некоторые ключевые фразы и формулы. Задача учеников заключается в том, чтобы самостоятельно разобраться в материале и заполнить пропуски. Для простых тем метод рабочей тетради можно использовать при первом знакомстве с темой, а для сложных тем рабочая тетрадь может быть хорошим способом повторения материала.

У такого способа есть несколько плюсов. Во-первых, каждый может разбирать материал со своей скоростью. Если в процессе заполнения рабочей тетради что-то стало непонятным, ученик всегда может вернуться назад. Во-вторых, в отличие от просто чтения параграфа в учебнике, для заполнения рабочей тетради необходимо внимательно разобраться в материале, и поэтому достигается более глубокое понимание материала.

Лучший способ заинтересовать школьников – это эксперимент. Поэтому желательно сопровождать теоретические занятия соответствующими

демонстрационными экспериментами. В случае если провести эксперимент не удаётся, можно использовать соответствующие видеоматериалы. Желательно, чтобы несложные эксперименты ребята проделали самостоятельно. Идеи таких экспериментов можно найти в главе 5, а также в тексте некоторых тем.

Важным преимуществом занятий в кружке с небольшой группой ребят является возможность индивидуального общения преподавателя с каждым учеником. Поэтому традиционно на занятиях кружков особое внимание уделяется решению задач.

В каждой теме предложено несколько несложных задач на применение формул. Таким задачам будет полезно уделить внимание после обсуждения теории. На решение несложных задач не следует тратить много времени. Если за 3-5 минут ученику не удалось понять, как и какие формулы нужно использовать, будет полезно задать несколько наводящих вопросов или обсудить задачу.

Важно при решении задач обращать внимание учеников на размерность и на адекватность ответа. Например, очевидно, что скорость автомобиля вряд ли может быть значительно больше нескольких сотен километров в час, а скорость бега человека очень редко бывает больше 10 м/с.

Кроме того, в каждой теме предложено несколько ключевых задач. Эти задачи наиболее важны, их решение позволяет добиться понимания происходящих физических процессов и того, как эти процессы нужно описывать с помощью формул. Для решения ключевых задач бывает нужно поразмышлять, как правило, это занимает от 5 до 20 минут (а иногда и много больше). Поэтому ученикам нужно дать необходимое время на решение таких задач, а после их желательно разобрать.

В конце темы собраны достаточно сложные задачи. Часто это комбинированные задачи, для решения которых потребуется знание предыдущих тем. Для решения сложных задач нужно уметь уверенно работать с физическими формулами, часто будет нужно произвести трудоёмкие математические вычисления. Поэтому такие задачи могут быть недоступны некоторым шестиклассникам, а их решение может занимать сравнительно много времени. В то же время похожие по сложности задачи часто встречаются на различных олимпиадах, поэтому решение сложных задач может быть хорошим способом подготовки к олимпиадам.

Рекомендуемая литература

Учебники

1. *А.В. Пёрышкин*. Физика. Учебник для 7 класса средней школы.
2. *И.К. Кикоин, А.К. Кикоин*. Физика. Учебник для 9 класса средней школы.
3. *Е.И. Бутиков, А.С. Кондратьев*. Физика. Учебное пособие в 3 книгах. Книга 1 механика.
4. *Д. Джанколи*. Физика в 2-х томах, т. 1.
5. *Кл.Э. Суорц*. Необыкновенная физика обыкновенных явлений.
6. *Л.Д. Ландау, А.И. Китайгородский*. Физика для всех. Книга 1 физические тела.
7. *Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс*. Фейнмановские лекции по физике (том 1). Современная наука о природе. Законы механики.

Задачники

1. *А.А. Курдюмов*. Физика. Школа решения олимпиадных задач.
2. *А.В. Русаков, В.Г. Сухов*. Сборник задач по физике. Механика.
3. *И.М. Гельфгат, Л.Э. Генденштейн, Л.А. Кирик*. 1001 задача по физике.
4. *В. И. Лукашик*. Физическая олимпиада.
5. *В. И. Лукашик, Е. В. Иванова*. Сборник задач по физике. Для 7-9 классов общеобразовательных учреждений.
6. Задачи по физике под редакцией *О.Я. Савченко*.
7. *И.Ш. Слободецкий, Л.Г. Асламазов*. Задачи по физике. «Библиотечка “Квант”», выпуск 86.
8. Задачи московских физических олимпиад. Под ред. *С.С. Кротова*. «Библиотечка “Квант”», выпуск 60.
9. *М.Е. Тульчинский*. Качественные задачи по физике.

Занимательная физика

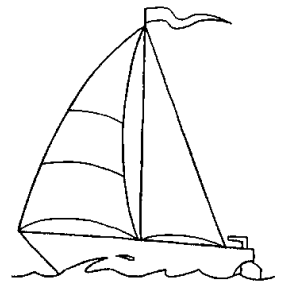
1. *Я.И. Перельман*. Занимательная физика.
2. *Я.И. Перельман*. Занимательная механика.
3. *К.Ю. Богданов*. Прогулки с физикой. «Библиотечка “Квант”», выпуск 98.
4. *М. Миннарт*. Свет и цвет в природе.
5. *Л.В. Тарасов*. Физика в природе.
6. *В.М. Бродянский*. Вечный двигатель – прежде и теперь.

1. Занимательные задачи

В данном разделе собраны задачи на физическую интуицию, для их решения не потребуется знания физических формул. Такие задачи помогут заинтересовать школьников, их можно использовать в качестве разминки в начале занятия, либо во время физических соревнований. В любом случае, не следует тратить на решение каждой из этих задач больше 5 минут.

1. Австралийские аборигены во время охоты использовали бумеранг — метательное орудие, которое при умелом броске возвращается к охотнику. А сможете ли вы так бросить обычный мяч, чтобы он, пролетев какое-то расстояние, остановился, а затем полетел в обратном направлении и вернулся точно в руки?

2. С борта корабля свисает верёвочная лестница так, что во время отлива нижняя ступенька лестницы касается воды. Во время прилива уровень воды поднялся на 2 метра. Сколько ступенек окажется под водой, если известно, что расстояние между ступеньками лестницы равно 20 см?



3. Яхта плывёт по ветру. Найдите физическую ошибку на рисунке.

4. В 8 часов утра Гоша выехал из Петербурга в Москву на мопеде и двигался с постоянной скоростью, равной 50 км/ч. В 12 часов дня из Москвы навстречу Гоше со скоростью 100 км/ч выехал Серёжа на автомобиле. Известно, что расстояние от Петербурга до Москвы равно 650 км. Кто из ребят в момент встречи будет ближе к Москве?

5. У Кролика есть два любимых чайника. Сегодня у него много гостей, какой из двух чайников ему следует взять, чтобы заварить как можно больше чая?

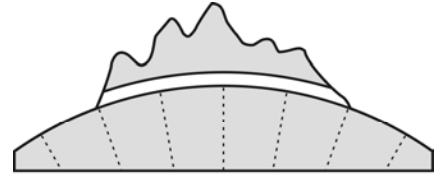


6. За семь стирок мыло уменьшилось вдвое по каждому измерению (в длину, ширину и высоту). На сколько стирок хватит оставшегося куска мыла?

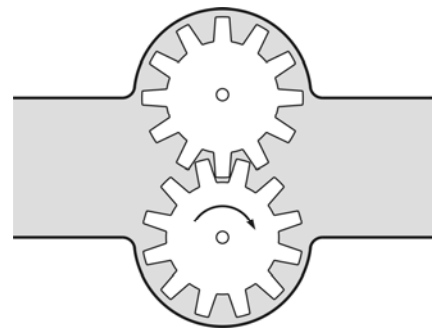
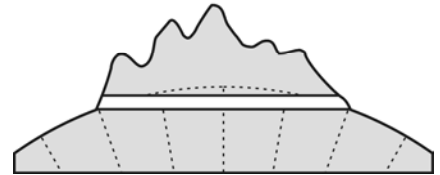
7. На рынке бабушка попросила взвесить два кочана капусты на весах со стрелкой. Продавец вначале взвесил один кочан, а затем – второй,

весы показали 5 и 4 кг соответственно. Заподозрив неладное, бабушка попросила взвесить оба кочана одновременно, при этом весы показали 8 кг. Тогда бабушка заметила, что стрелка весов сдвинута относительно нуля. С помощью этих данных найдите массу каждого из кочанов.

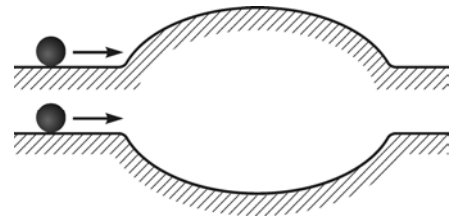
8. Для удобства передвижения решено проложить под горой тоннель. На конкурс проектов было подано два проекта тоннеля. Какой проект следует выбрать? В каком из проектов тоннель горизонтальный?



9. Насос состоит из двух шестерёнок, которые плотно сцепляются друг с другом. Боковые поверхности шестерёнок плотно прилегают к стенкам насоса. В каком направлении такой насос будет перекачивать жидкость, если шестерёнки вращаются в направлении, показанном стрелкой?

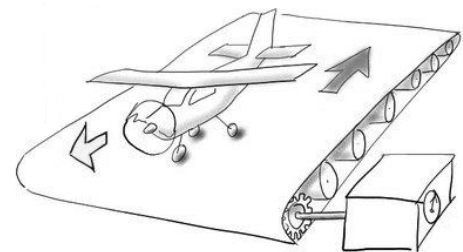


10. Два шарика с одинаковой скоростью катятся по горизонтальной поверхности. Затем первый шарик попадает на горку, а второй шарик попадает в ямку такой же формы. Какой из шариков первым пройдёт препятствие? Как будут отличаться скорости шариков после прохождения препятствий?



11. Зачем танкеры для перевозки нефти разделены перегородками на отдельные отсеки – танки?

12. Юный физик смотрит на своё отражение в зеркале. Почему, когда он поднимает правую руку, отражение поднимает левую?



13. Изобретателю Гоше в голову пришла идея использовать вместо длинной взлётной полосы ленту конвейера, которая разгоняется одновременно с включением двигателя так же, как разогнался бы самолёт на обычной полосе (см. рисунок). Получится ли реализовать эту идею?

14. Представьте себе, что Землю по линии экватора обтянули железным обручем. Затем длину обруча увеличили на 1 метр. Сможет ли кошка пролезть под обручем?

(Подсказка: длина окружности радиусом R равна $2\pi R$).

2. Физические величины

Слово «физика» переводится с древнегреческого языка как «природа». Поэтому физика – это наука о природе, она изучает свойства и законы движения окружающих нас тел.

Основная задача физики заключается в изучении и объяснении физических явлений. Кипение воды, гром и молния, притяжение магнита к железу – всё это примеры физических явлений.

А какие ещё физические явления вы знаете? Какие явления кажутся вам наиболее удивительными?

Для описания физических явлений используют физические величины. К ним относятся: время, длина, скорость, масса, температура и многие другие. Все физические величины имеют размерность. Размерность отражает смысл физической величины. Например, все расстояния и длины имеют одинаковую размерность – размерность длины. Также существуют величины с размерностью времени, массы, скорости и другими. Сравнивать между собой можно только физические величины с одинаковой размерностью. Величины с различной размерностью имеют принципиально разный физический смысл, поэтому, например, бессмысленно спрашивать, что больше: 3 километра или 5 часов?

Мы умеем оперировать числами, поэтому было бы удобно выразить физическую величину в виде числа. Но как узнать числовое значение физической величины? Разобраться в этом может помочь мультфильм «38 попугаев».

В начале мультфильма Мартышка говорит Удаву: «Какой ты ... длинный». В ответ Удав спрашивает: «А какой длинный?» Так у героев мультфильма появляется задача определить рост Удава. Но как это сделать? Чтобы узнать значение физической величины, нужно её измерить. Поэтому Удав говорит: «Я хочу измерить свой рост».

Измерение – это всегда сравнение неизвестной величины с известной величиной, которая называется эталоном. Сравнивать можно только величины с одинаковой размерностью. Поэтому в качестве эталона можно использовать только величины, размерность которых совпадает с размерностью измеряемой величины. Тогда отношение измеряемой величины и эталона будет искомым числом.

Но физическая величина – это не просто число. Числовое значение физической величины зависит от выбранного эталона, то есть от той величины, значение которой принимается равным единице. Поэтому физическая

величина определяется числовым значением и соответствующей единицей измерения.

Вернёмся к мультфильму. Мартышка предложила Удаву сложиться пополам, а затем ещё раз пополам. Что же получилось? Мартышка измерила рост Удава в удавах.

$$1 \text{ удав} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \text{ удава} \right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \text{ удава} \right)$$

То, что получилось, является тождеством и не даёт никакой новой информации о росте Удава.

Тогда Попугай предложил: «Я могу измерить твой рост в попугаях». В этом случае единицей измерения является один шаг попугая. Попугай измерил рост удава и получил 38 попугаев и ещё одно попугайское крылышко. В результате измерения Попугай сравнил неизвестную величину – рост Удава – с эталоном. Очевидно, что такое измерение даёт новую информацию о росте Удава.

Теперь обратим внимание на то, что у всех без исключения измерений есть очень важная особенность. Когда попугай измерял Удава, он получил «38 попугаев и ещё одно попугайское крылышко, но крылышко можно не считать». Процесс измерения всегда происходит с некоторой ошибкой, поэтому невозможно узнать точное значение физической величины. Более подробно мы поговорим о причинах появления ошибок измерения в одной из следующих глав.

«А чем ещё можно мерить рост? Всем!» Действительно, одну и ту же физическую величину можно сравнивать с различными эталонами. При этом значение неизвестной величины будет измерено в различных единицах измерения.

Герои мультфильма измерили рост удава в попугаях, мартышках и слонёнках.

$$1 \text{ удав} = 38 \text{ попугаев}$$

$$1 \text{ удав} = 5 \text{ мартышек}$$

$$1 \text{ удав} = 2 \text{ слонёнка}$$

В конце мультфильма Удав говорит: «А в попугаях-то я гораздо длиннее!» Прав ли Удав? Что он хотел этим сказать, и как правильно сформулировать мысль Удава?

Очевидно, что Удав не стал длиннее от того, что его рост измерили в попугаях. Просто один попугай – самая маленькая единица измерения. Поэтому числовое значение роста Удава, выраженное в попугаях, самое большое.

В мультфильме герои измеряли рост Удава с помощью различных эталонов. Также люди раньше использовали множество различных эталонов для измерения одних и тех же физических величин. Например, длину измеряли в дюймах, милях, аршинах, сажнях и т. д. Часто различные еди-

ницы измерения даже имели одинаковые название. Например, британская миля равна приблизительно 1609 метров, древнерусская миля равна 7468 метров, морская миля равна 1809 метров, французская миля равна 4448 метров. Это создавало огромные проблемы, поэтому люди договорились использовать одни и те же единицы измерения. В большинстве стран мира, в том числе в России, используют единицы системы СИ.

Система СИ (Система Интернациональная, французское название «Le Système International d'Unités», дословно переводится как «международная система единиц») была разработана во Франции в конце XVIII века. Система СИ включает семь основных единиц измерения, но мы будем использовать только три из них: единицу длины – метр, единицу массы – килограмм и единицу времени – секунду.

Изначально метр был определён как одна десятиmillionная часть расстояния от северного полюса до экватора по меридиану, проходящему через Париж. Килограмм – как масса 1 дм³ чистой воды при температуре 4 °С и нормальном атмосферном давлении. Секунда – как одна 86400-ая часть Земных суток.

С помощью основных единиц измерения можно определить единицы измерения остальных физических величин. В качестве примера рассмотрим, как можно определить единицу измерения скорости. Скорость – это физическая величина, которая показывает, насколько изменяется расстояние за единицу времени. Поэтому размерность скорости – это расстояние, делённое на время. Отсюда следует, что единица измерения скорости – это отношение единицы измерения расстояния к единице измерения времени. Таким образом, единица измерения скорости – это метр, делённый на секунду, или метр в секунду (обозначается как м/с).

Использование единиц системы СИ значительно упрощает жизнь, но эти величины не всегда удобны. Например, расстояние от Санкт-Петербурга до Москвы приблизительно равно 634000 метров. Чтобы не писать много нулей в конце числа, удобно использовать кратные единицы, которые отличаются в 10 в целой степени раз и получаются добавлением приставки к названию физической величины. Например, расстояния между городами удобно измерять в километрах. Поэтому говорят, что расстояние от Санкт-Петербурга до Москвы равно 634 километра.

Как мы уже говорили, одну и ту же физическую величину можно измерить с помощью разных единиц измерения. Например, длину можно измерить в метрах, сантиметрах, дюймах, футах, и.т.д. Поэтому нужно уметь переводить величины из одних единиц измерения в другие.

Разберём два важных примера на перевод единиц измерения.

Переведём 12 км/ч в единицы системы СИ.

$$12 \text{ км/ч} = \frac{12 \text{ км}}{1 \text{ час}} = \frac{12000 \text{ м}}{60 \text{ мин}} = \frac{12000 \text{ м}}{3600 \text{ с}}$$

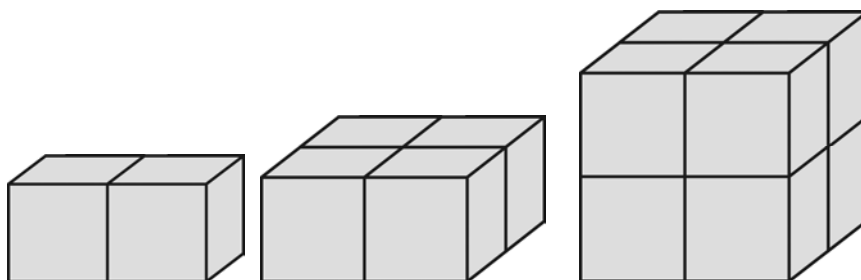
Если разделить на калькуляторе, получится 3,3333333 м/с. На первый взгляд этот ответ кажется абсолютно верным, но на самом деле допущена серьёзная физическая ошибка. Дело в том, что значение физической величины можно узнать только с помощью измерения, поэтому любое числовое значение физической величины может быть известно только приближённо. По условию задачи значение скорости равно 12 км/ч, то есть известны две значащие цифры. Можно понимать, что скорость измерена с точностью до наименьшего знака, поэтому в ответе так же следует оставить только два знака.

Поэтому правильно говорить, что $12 \text{ км/ч} \approx 3,3 \text{ м/с}$.

Второй важный пример – переведём 1 м^3 в см^3 .

Для начала разберём более простой пример. Посчитаем, сколько маленьких кубиков размером 1 см потребуется, чтобы собрать из них большой куб размером 2 см.

Из двух кубиков мы сможем сложить фигуру с размерами $2 \text{ см} \times 1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (кстати, такая фигура называется прямоугольным параллелепипедом). Из двух таких параллелепипедов, то есть из четырёх кубиков, мы сможем сложить параллелепипед с размерами $2 \text{ см} \times 2 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Наконец, нам потребуется 2 таких параллелепипеда, или 8 кубиков, чтобы сложить куб размером 2 см.



Всего потребовалось $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ маленьких кубиков, чтобы сложить из них куб вдвое большего размера.

1 метр равен 100 сантиметрам. Значит, потребуется 100^3 маленьких кубиков размером 1 см, чтобы сложить куб размером 1 метр. Поэтому $1 \text{ м}^3 = 100^3 \text{ см}^3 = 10^6 \text{ см}^3$.

То есть в одном кубическом метре миллион кубических сантиметров!

Перед тем, как перейти к решению задач, нужно договориться об обозначениях физических величин. Для многих физических величин существуют общепринятые обозначения. Их нужно знать, потому что часто они не оговариваются отдельно. Координату принято обозначать латинскими буквами x , y и z . Пройденный телом путь обычно обозначают большими буквами S или L . Скорость принято обозначать буквой v (от латинского *velocitas* или английского *velocity*), время обозначают буквой t (от латинского *tempus* или английского *time*).

Задачи на перевод физических величин

1. Скорость машины равна 60 км/ч. Выразите её в метрах в секунду.

Решение. 60 километров = 60000 метров, 1 час = 3600 секунд. Следовательно, машина проезжает 60000 метров за 3600 секунд. Отсюда скорость машины равна $\frac{60000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} \approx 17 \text{ м/с}$.

2. Во время охоты гепард за 1 секунду может пробежать до 30 метров. Чему равна скорость гепарда? Выразите скорость гепарда в километрах в час.

Решение. За 1 секунду гепард пробегает 30 метров, следовательно скорость гепарда равна 30 м/с. Теперь переведём скорость в километры в час. В 1 часе 3600 секунд, если за каждую секунду гепард будет пробегать по 30 метров, то за час он пробежит $3600 \cdot 30 = 108000$ метров, или 108 км. Следовательно, скорость гепарда во время охоты равна 108 км/ч.

3. Сколько маленьких кубиков с ребром 2 см потребуется, чтобы собрать из них большой куб с ребром 10 см?

4. Испуганный тореадор удирает от разъярённого быка со скоростью 10 м/с. Бык гонится за ним со скоростью 35 км/ч. Сумеет ли тореадор спастись?

5. Спринтер пробегает 100 метров за 10 секунд, а стайер пробегает марафонскую дистанцию (42 км 195 м) за 2 часа 10 мин. Кто из спортсменов бежит быстрее и во сколько раз?

6. Когда Карлсон прилетел на экскурсию в Америку, он обнаружил, что расстояния там измеряются в милях (1 миля приблизительно равна 1609 метров). Сколько времени у него займёт перелёт от Нью-Йорка до Лос-Анджелеса, если расстояние между городами равно 3045 миль, а максимальная скорость Карлсона равна 100 км/ч?

7. Максимальная скорость суперкара Шевроле Корвет ZR1 равна 205 миль в час, а максимальная скорость Феррари 599 GTO равна 335 км/ч. Какой из автомобилей быстрее и на сколько? 1 миля приблизительно равна 1609 метров.

Решение. За час Шевроле может проехать 205 миль, или $205 \cdot 1,609 \text{ км} = 330 \text{ км}$. Феррари за то же время может проехать на 5 км больше. Значит, Феррари быстрее на 5 км/ч.

8. Известно, что максимальная скорость крейсера «Аврора» равна 19 узлов (морских миль в час; 1 морская миля равна 1852 м). Чемпион мира пробегает 100 метров за 9,58 секунды. Сумеет ли он обогнать «Аврору»?

9. Англичане известны своей консервативностью, поэтому в Англии популярны старинные единицы измерения. Известно, что 1 акр равен 4 рудам, 1 руд равен 40 квадратным родам, 1 род равен 5,5 ярдам, 1 ярд равен 3 футам, 1 фут равен 12 дюймам, наконец, 1 дюйм равен 2.54 см. Также известно, что размеры футбольного поля на стадионе Уэмбли равны 105×69 метров. Выразите площадь стадиона в акрах.

3. Движение

3.1. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Движение – одно из наиболее распространённых физических явлений. В повседневной жизни мы постоянно наблюдаем за движением окружающих нас предметов и сами постоянно движемся.

Что же такое движение? Движением называют изменение положения тела в пространстве.

А как можно определить положение тела в пространстве? Представьте, что вы гуляете по лесу. Со всех сторон Вас окружают деревья, и на первый взгляд лес вокруг кажется одинаковым. Поэтому в лесу очень легко заблудиться. Определить своё положение в лесу помогают ориентиры, например, дороги, водоёмы или возвышенности.

Аналогично невозможно определить положение тела в пустом пространстве. Положение тела можно определить только относительно другого тела (ориентира), которое называется точкой отсчёта и считается неподвижным.

Поэтому движение в физике понимают как изменение положения тела относительно другого тела, выбранного в качестве точки отсчёта.

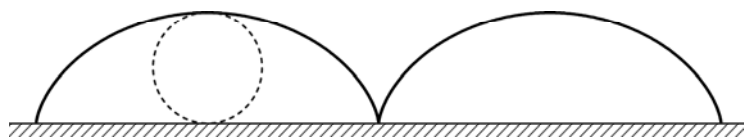
Движение всегда относительно. Неправильно говорить, что тело движется, не указывая относительно какого тела происходит движение. Например, пассажир поезда движется относительно Земли, но покоится относительно поезда. С другой стороны, пассажиру кажется, что деревья за окном поезда движутся, хотя они покоятся относительно Земли. Наконец, Земля сама движется вокруг Солнца с огромной скоростью около 30 км/с. Но мы совершенно не замечаем этого движения, потому что мы сами и все окружающие нас предметы движемся вместе с Землёй.

Строго говоря, одной только точки отсчёта недостаточно, чтобы описать движение тела. Нужны приборы для измерения расстояния от тела до точки отсчёта и времени, в течение которого происходит движение. Точка отсчёта и приборы для измерения расстояния и времени образуют систему отсчёта.

Во многих случаях движение удобно рассматривать в системе отсчёта Земли. Всегда найдётся неподвижный относительно Земли объект, кото-

рый удобно использовать как точку отсчёта. Поэтому часто просто говорят о движении, подразумевая движение относительно Земли.

Линию, по которой движется тело, называют **траекторией** движения тела. Например, траекторию самолёта можно увидеть по белому следу, который самолёт оставляет на небе. Зимой вы можете увидеть свою траекторию по следам на снегу. Интересно, что в разных системах отсчёта траектория одного и того же движения может выглядеть совершенно по-разному. Например, в системе отсчёта автомобиля точка на ободке колеса движется по окружности. В системе отсчёта Земли эта точка движется по линии, которая называется циклоидой и показана на рисунке.



Расстояние между начальной и конечной точками траектории называется **перемещением** тела. Важно понимать, что перемещение имеет направление, оно направлено из начальной точки траектории в конечную. Длина траектории называется **пройденным путём**; в отличие от перемещения, пройденный путь не имеет направления.



Оцените, какой путь вы проходите за день? Чему равно ваше перемещение за день?

Очень важный частный случай движения – это **равномерное движение**.

Равномерным называется такое движение, при котором тело за любые равные промежутки времени проходит одинаковые расстояния.

Можно заметить, что при равномерном движении, величина, равная отношению пути L , пройденного за некоторый промежуток времени t , к величине этого промежутка времени, сохраняется. Эта величина называется скоростью движения, $v = \frac{L}{t}$. Скорость показывает, насколько быстро изменяется расстояние от тела до точки отсчёта.

В системе СИ единицей измерения скорости является метр в секунду (обозначается м/с). Поскольку многие расстояния удобно измерять в километрах, скорость часто измеряют в километрах в час и обозначают км/ч.

Иногда удобно определять среднюю скорость на некотором участке пути. Средняя скорость равна отношению перемещения тела S ко времени t , в течение которого тело прошло этот участок пути, $v_{\text{cp}} = \frac{S}{t}$.

Теперь обсудим интересный вопрос. А равномерно ли мы движемся во время ходьбы? Чтобы узнать это, можно проделать следующий эксперимент. В большинстве цифровых фотоаппаратов есть функция серийной съёмки. Поставьте фотоаппарат на опору или штатив и попросите кого-нибудь сфотографировать Вас в процессе ходьбы. Нужно сделать 5-7 кадров с одинаковым интервалом. Обычно при ходьбе мы делаем приблизительно 2 шага за секунду, поэтому удобно снимать с частотой 2 кадра в секунду. Затем нужно наложить фотографии друг на друга. Получится фотография, похожая на показанную ниже картинку.



Давайте посмотрим на движение кончика носа и кончика ботинка правой ноги Буратино (для наглядности на картинке ботинок на правой ноге выделен тёмным цветом). Из рисунка видно, что кончик носа движется достаточно равномерно. Правая нога за первый шаг проходит удвоенное расстояние. Если в начале первого шага правая нога была сзади, то в конце шага она оказывается впереди. Но на следующем шаге ботинок правой ноги стоит на месте. Это значит, что нога движется неравномерно.

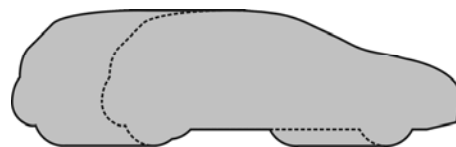
Если вы знаете свой рост или размеры предметов в кадре, можно определить скорость движения кончика носа и ботинка на каждом шаге.

«Равномерные» задачи

1. Искусственный спутник, двигаясь по низкой орбите, облетает Землю примерно за $t = 1$ час 20 мин. Можно приближённо считать, что длина орбиты L равна 40000 км. Вычислите скорость движения спутника.

2. Фоторепортёр Гоша сделал снимок гоночного автомобиля с выдержкой 0,04 с. Гоша знает, что длина автомобиля равна 4 м, а высота – 1 м 50 см. С помощью фотографии вычислите скорость автомобиля.

Решение. В этой задаче нужно на фотографии измерить линейкой длину автомобиля и расстояние, которое он проехал за время съёмки. Получится, что за время съёмки



автомобиль проехал расстояние, равное $\frac{1}{4}$ от его длины, то есть 1 метр.

Отсюда скорость автомобиля равна $\frac{1\text{ м}}{0,04\text{ с}} = 25\text{ м/с}$.

3. Автобус едет между остановками со скоростью 30 км/ч и 1 минуту стоит на каждой остановке. Расстояние между остановками равно 1 км. Какое расстояние проедет автобус за час?

4. Винни-Пух идёт в гости к Кролику. Расстояние между домами $L = 5$ км он проходит за время $t = 80$ минут. При этом первую половину времени Винни-Пух идёт со скоростью $v = 5$ км/ч. С какой скоростью он идёт оставшееся время?

Решение. За первую половину времени Винни-Пух проходит $v \cdot \frac{1}{2}t = 5\text{ км/ч} \cdot \frac{2}{3}\text{ ч} = 3\frac{1}{3}\text{ км}$. За вторую половину времени Винни-Пуху оста-

ётся пройти $L - v \cdot \frac{1}{2}t$. Поэтому скорость Винни-Пуха на втором участке

равна $\frac{L - v \cdot 1/2t}{1/2t} = \frac{2L}{t} - v = 2,5\text{ км/ч}$.

5. Сумасшедший учёный сконструировал уникальный автомобиль, который, рванув с места и отмахав за минуту 121 километр, вдруг замирает, пытит, топчется на одном месте и только через два часа снова бросается в путь. За какое время сумасшедший учёный на своём автомобиле проедет 605 километров? Вычислите среднюю скорость машины за время поездки.

6. Капитан Врунгель участвовал в регате. Сначала он плыл по ветру со скоростью v_1 , затем ветер стих и ему пришлось столько же времени плыть на вёслах со скоростью v_2 . Определите среднюю скорость капитана Врунгеля за время регаты.

Решение. Капитан Врунгель одинаковое время плыл по ветру и на вёслах. Обозначим это время как t , тогда полное время регаты равно $2t$. Под

парусом капитан Врунгель проплыл расстояние $v_1 t$, а на вёслах – расстояние $v_2 t$. Поэтому за всё время регаты капитан Врунгель проплыл $v_1 t + v_2 t$. Следовательно, средняя скорость равна $\frac{v_1 t + v_2 t}{2t}$. Теперь нужно сократить числитель и знаменатель на время t . Получим, что средняя скорость капитана Врунгеля во время регаты равна $\frac{v_1 + v_2}{2}$.

7. Улитка за любые 10 секунд проползает 10 см. Правда ли, что улитка движется равномерно? Если да, то объясните почему. Если нет, то приведите пример такого движения.

Решение. Не правда, например улитка может за 5 секунд проползти 10 см, а затем 5 секунд стоять на месте. Затем снова проползти 10 см за 5 секунд и 5 секунд стоять на месте, и т. д. Очевидно, что такое движение нельзя считать равномерным, но оно удовлетворяет условиям задачи. По определению равномерного движения улитка должна проползать одинаковые расстояния за любые равные промежутки времени. В частности, для того, чтобы движение было равномерным, необходимо чтобы за любые 5 секунд улитка проползала одинаковое расстояние. В нашем примере это, очевидно, не выполняется.

8. Два путешественника, Саша и Кирилл, вышли с одинаковыми скоростями навстречу друг другу из городов Александровск и Кирилловск соответственно. Саша вышел на 3 часа раньше, и встретились они на 10 км ближе к Кирилловску. Найдите скорости путешественников.

9. Дима и Никита живут на одинаковом расстоянии от школы. Дима половину расстояния до школы едет на автобусе, а вторую половину идёт пешком. Никита половину времени едет на автобусе и половину идёт пешком. Кто быстрее добирается до школы?

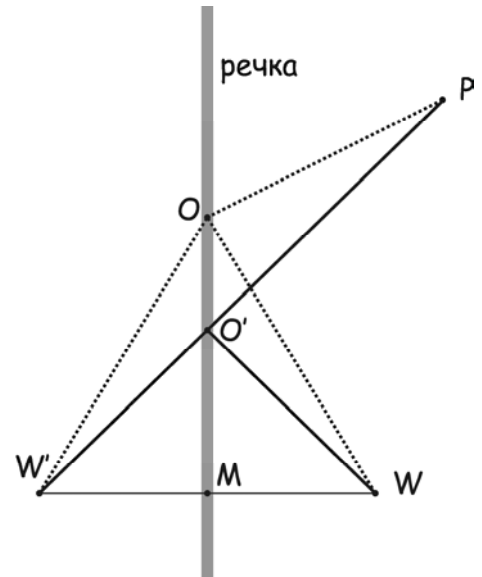
Решение. Скорость автобуса больше скорости пешехода. Значит, Никита проезжает на автобусе большее расстояние, чем идёт пешком. Предположим, мальчики одновременно сели в один автобус около дома. Когда Дима проедет половину расстояния, он выйдет из автобуса и пойдёт пешком. Никита выходит из автобуса позже, поэтому он обгонит Диму.

10. Во время квалификационного заезда необходимо проехать 4 круга со средней скоростью $v_1 = 200$ км/ч. Из-за проблем с покрышками Молния МакКуин проехал первый круг со скоростью $v_2 = 170$ км/ч. С какой скоростью ему нужно проехать оставшиеся три круга?

В заключение темы рассмотрим несколько задач на нахождение кратчайшей траектории.

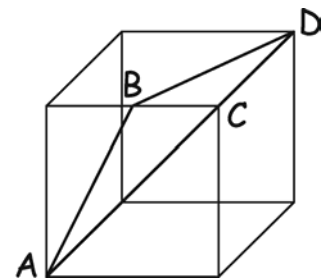
11. Пятачок решил сходить в гости к Винни-Пуху, но по дороге он хочет искупаться в речке. В каком месте речки Пятачку нужно искупаться, чтобы прийти к Винни-Пуху в гости как можно быстрее? Домики Пятачка и Винни-Пуха обозначены на рисунке точками P и W соответственно.

Решение. Очевидно, что от своего домика до речки и от речки до домика Винни-Пуха Пятачок должен идти по прямой. Рассмотрим произвольный путь Пятачка, который проходит через речку в точке O . Теперь воспользуемся полезным трюком – сделаем зеркальное отражение домика Винни-Пуха относительно речки и получим точку W' . Треугольники $W'MO$ и WMO равны (по правилам зеркального отражения $MW = W'M$, сторона OM общая, а углы $\angle W'MO$ и $\angle WMO$ равны 90°). Значит, равны длины соответствующих сторон $WO = W'O$.

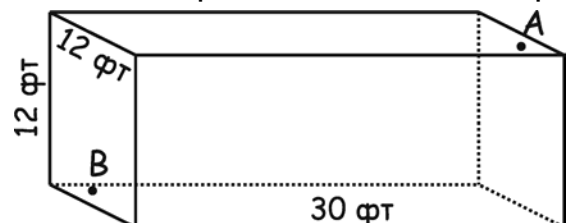


Следовательно, длина пути POW в точности равна длине пути POW' , поэтому можно искать кратчайший путь от домика Пятачка (точка P) до отражения домика Винни-Пуха (точка W'). Очевидно, что кратчайшим будет путь по прямой $PO'W'$, соединяющий домик Пятачка с отражением домика Винни-Пуха. Теперь, чтобы найти кратчайший путь до домика Винни-Пуха (точка W), нужно сделать зеркальное отражение отрезка пути $O'W'$. Окончательно получаем, что кратчайший путь $PO'W$.

12. Муравей Вася и таракан Дима сидят в углу коробки, имеющей форму куба. Они поспорили, кто быстрее сможет перебежать в противоположный угол коробки. Муравей Вася бежит по траектории ABD , а таракан Дима – по траектории ACD . Кто первым окажется в точке D , если стартуют они одновременно и скорости их равны?



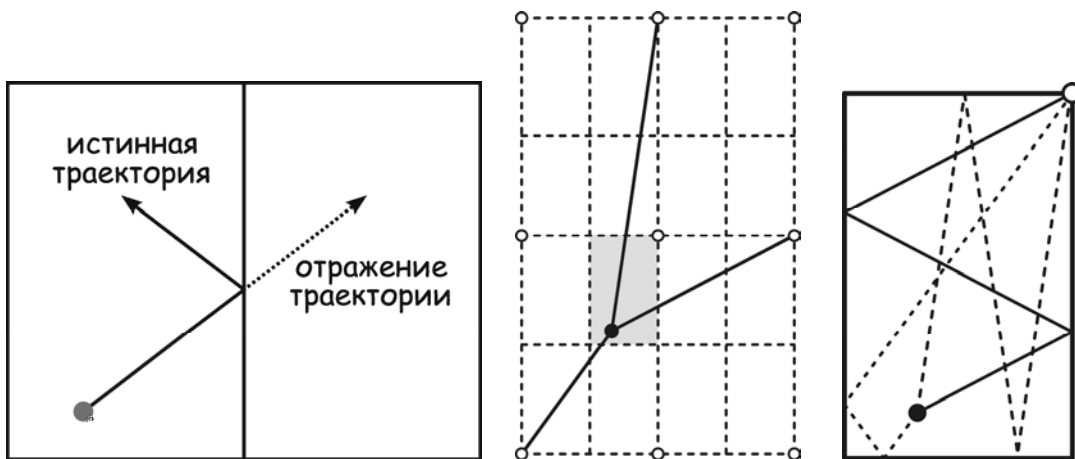
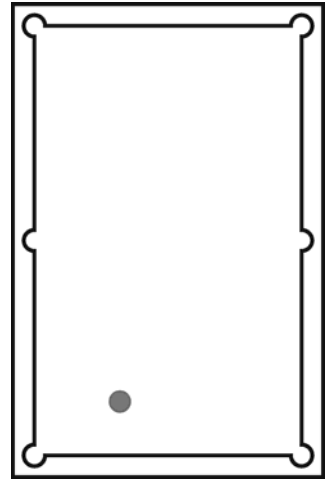
13. Размеры комнаты 30 футов в длину, 12 футов в ширину и 12 футов в высоту. Паук сидит в точке A , расположенной на середине одной из торцевых стен на расстоянии 1 фута от потолка. Паук заметил, что в точке B на середине противоположной стены на расстоянии 1 фута от пола сидит муха. Паук хочет как можно быстрее доползти



до мухи, он может ползать по стенам и потолку, но не может использовать паутину и никогда не падает. По какой траектории должен двигаться паук? Чему равна длина этой траектории?

14. Графически определите, в каком направлении нужно ударить бильярдный шар, чтобы он после двух ударов о борт попал в верхнюю правую лузу.

Решение. При ударе о борт шар отражается и изменяет направление движения. Но можно считать, что шар продолжает двигаться по прямой и попадает на отражение бильярдного стола. Дальше можно строить второе отражение бильярдного стола и т.д. При таком построении шар все время движется по прямой, а удар о борт соответствует пересечению траектории шара и края одного из отражённых столов. Поэтому, чтобы попасть в лузу после двух ударов о борт, шар должен два раза пересечь границу стола.



На втором рисунке серым выделен настоящий стол. Кружками отмечены все отражения верхней правой лузы. Показаны все траектории, которые два раза пересекают границу стола и приходят в нужную лузу. На третьем рисунке показано, как в действительности будут выглядеть эти траектории.

3.2. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

Дальше мы ещё больше упростим себе жизнь и будем рассматривать только равномерное прямолинейное движение. Для наглядности можно представить, что движение происходит по длинной прямой дороге. Тогда в качестве точки отсчёта удобно выбрать любой неподвижный объект. Например, растущее около дороги дерево, или любую, даже самую незаметную точку на дороге.

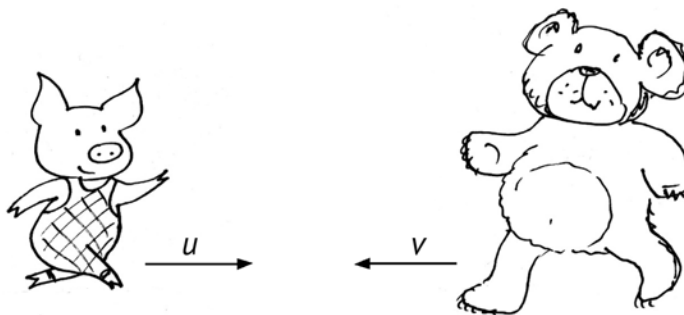
На рисунке скорость тела удобно обозначать стрелкой, длина которой показывает величину скорости, а направление совпадает с направлением движения тела.

Пусть Винни-Пух идёт влево со скоростью v , а Пятачок идёт вправо со скоростью u . В таком случае расстояние между Винни-Пухом и Пятачком увеличивается со скоростью $v + u$. Относительно Винни-Пуха Пятачок удаляется вправо со скоростью $v + u$, поэтому говорят о скорости удаления.



Скорость удаления $v + u$

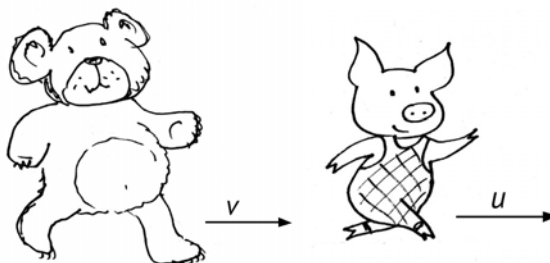
Если Винни-Пух и Пятачок идут навстречу друг другу, то скорость Пятачка относительно Винни-Пуха равна $v + u$ и направлена вправо. В таком случае говорят о скорости сближения.



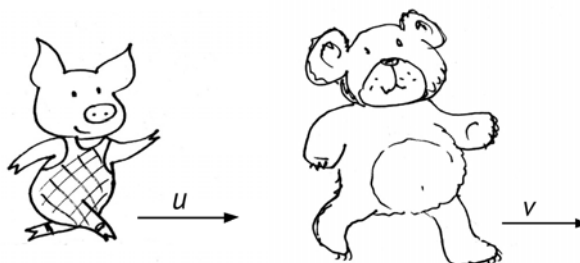
Скорость сближения $v + u$

Теперь предположим, что Винни-Пух и Пятачок идут в одну сторону, причём скорость Винни-Пуха v больше, чем скорость Пятачка u . Тогда от-

носительно Винни-Пуха скорость Пятачка будет равна $v - u$ и направлена влево. Если Винни-Пух слева от Пятачка и догоняет его, можно говорить о скорости сближения. Если Винни-Пух уже обогнал Пятачка, то говорят о скорости удаления.



Скорость сближения $v - u$



Скорость удаления $v - u$

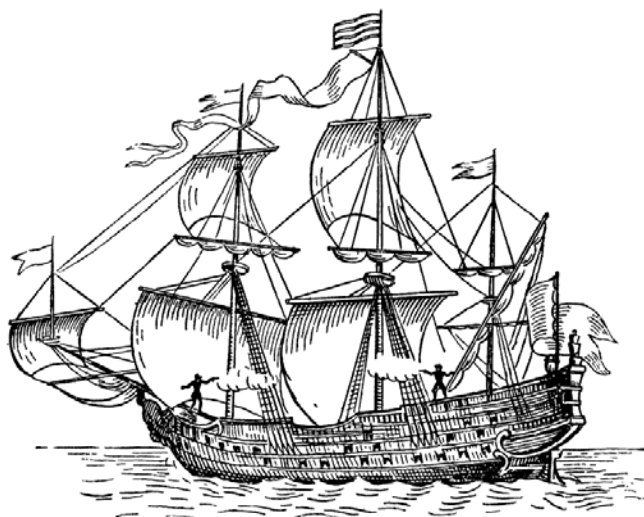
Перед тем, как мы перейдём к задачам, будет интересно обсудить следующий сюжет.

Капитан Джек Воробей и капитан Барбосса сильно повздорили и решили устроить дуэль. Хитрый Джек Воробей предложил устроить дуэль прямо на палубе корабля, плывущего на полном ходу по Карибскому морю (смотри рисунок).

Джек предложил Барбоссе встать на корме, а сам встал на носу корабля. Джек считает, его пуля быстрее долетит до противника, потому что Барбосса движется навстречу пуле. В то же время сам Джек всё время удаляется от пули, выпущенной Барбоссой.

Верны ли такие рассуждения?

На самом деле Джек воробей не учитывает, что изначально оба противника движутся вместе с кораблём. Обозначим скорость корабля v , а скорость, с которой пуля вылетает из пистолета, u .



Джек Воробей стоит на носу корабля и движется со скоростью v вперёд вместе с кораблём. Джек стреляет в Барбоссу, в сторону, противоположную направлению движения корабля. Пуля вылетает из пистолета со скоростью u относительно корабля, следовательно, относительно Земли пуля летит со скоростью $u - v$. Но относительно Земли Барбосса движется навстречу пуле со скоростью v , поэтому скорость сближения Барбоссы и пули равна u .

Пуля, выпущенная Барбоссой, летит в сторону Джека Воробья со скоростью $v+u$ относительно Земли. Но Джек удаляется от пули со скоростью v , поэтому скорость сближения Джека и пули также равна u . Таким образом, оба противника находятся в равных условиях.

Джек Воробей понял, что стоя на носу корабля, он не будет иметь никаких преимуществ перед Барбоссой. Поэтому хитрый Джек предложил изменить правила дуэли. Он предложил встать на противоположных бортах корабля. Джек рассуждает следующим образом: Барбосса меткий стрелок, поэтому он направит пистолет точно на него (Джека) и выстрелит. Но пока пуля будет лететь от одного борта до другого, он (Джек) вместе с кораблём уплывёт вперёд. Поэтому пуля пролетит мимо.

Прав ли Джек Воробей на этот раз?

Изначально пистолет и пуля движутся вместе с кораблём. Во время выстрела изменяется только та компонента скорости пули, которая направлена перпендикулярно кораблю. Поэтому после выстрела компонента скорости пули, направленная вперёд по ходу движения корабля, сохранится. Пока пуля летит от одного борта до другого, Джек сместится вперёд по ходу движения корабля. Но пуля сместится ровно на столько же и попадёт точно в цель.

И тут Джеку Воробью пришла в голову ещё одна идея. Он подумал о сопротивлении воздуха. Если Джек стоит на носу корабля, его пуля летит медленнее (относительно Земли), чем пуля Барбоссы. Значит, сопротивление воздуха будет сильнее тормозить пулю Барбоссы, и она сильнее замедлится.

Возможно, Джек Воробей оказался прав на этот раз?

Парусный корабль всегда плывёт медленнее скорости ветра. В этом можно убедиться по флагам, которые ветер развивает впереди мачт. Значит, Джек стреляет навстречу ветру. Поэтому скорость его пули относительно воздуха больше, чем скорость пули Барбоссы. Важно понимать, что пулю тормозит сопротивление воздуха, которое зависит именно от скорости движения пули относительно воздуха. Следовательно, пуля Джека замедлится сильнее, чем пуля Барбоссы.

Мораль: недостаточно просто быть хитрым, нужно ещё и хорошо разбираться в законах физики.

«Быстрые» задачи

1. Винни-Пух и Пятачок плыли на лодке по течению реки. Пятачок заснул и случайно свалился за борт, так и не проснувшись (он был в спасательном жилете). Через $t = 1$ час Винни-Пух заметил отсутствие товарища и повернул назад. Он обнаружил спящего Пятачка на расстоянии $L = 1$ км от места падения. Найдите скорость течения реки. Считайте, что Винни-Пух все время гребёт с одинаковой силой.

Решение. Обозначим скорость лодки относительно воды v , а скорость течения реки u . Тогда в течение первого часа Винни-Пух плыл на лодке по течению со скоростью $v+u$. Пятачок плыл по течению со скоростью u . Следовательно, Винни-Пух удалялся от Пятачка со скоростью v . Затем Винни-Пух развернулся и стал приближаться к Пятачку с такой же скоростью. Поэтому Винни-Пух обнаружит Пятачка через $t = 1$ час после разворота, или через $2t$ после того, как Пятачок упал за борт. Следовательно, скорость течения реки $u = \frac{L}{2t}$. Если подставить числа, получим $u = 0,5$ км/ч.

2. Заяц и Волк стоят на прямой дороге на расстоянии 1 км друг от друга. Затем они одновременно начинают двигаться по дороге с постоянными скоростями. Известно, что через 10 мин расстояние между ними было равно 400 м. На каком расстоянии друг от друга Заяц и Волк будут через 20 мин после начала движения?

3. Пройдя $\frac{3}{8}$ длины моста, Ослик заметил, что сзади к нему стремительно на скорости 60 км/ч приближается автомобиль. Если Ослик побежит назад, то встретится с автомобилем ровно в начале моста, а если вперёд, то автомобиль нагонит Ослика в конце моста. С какой скоростью бежит Ослик?

4. Пролетая вдоль железной дороги, Карлсон заметил, что все поезда ходят с одинаковой скоростью. При этом встречные поезда проезжают мимо него с относительной скоростью $v_1 = 160$ км/ч, а попутные – с относительной скоростью $v_2 = 40$ км/ч. С какой скоростью летел Карлсон? Приведите все возможные варианты.

5. Гоша плавёт по речке на квадратном плоту размером 5×5 метров. Собака Шарик плавает вокруг плота по часовой стрелке со

скоростью 1 м/с. Нарисуйте траекторию Шарика относительно воды и относительно берега. Скорость течения реки равна 0,5 м/с.

6. Маша гуляла с собачкой со скоростью $v_1 = 1,5$ м/с и увидела свою подругу Наташу, которая шла навстречу со скоростью $v_2 = 2$ м/с. В тот момент, когда расстояние между девочками стало равно $S = 40$ метрам, собачка побежала к Наташе со скоростью $u = 7$ м/с. Добежав, она развернулась и побежала к Маше с той же скоростью. Так собачка и бегала между подругами, пока они не встретились. Какое расстояние успела пробежать собачка?

Решение. Вначале заметим, что скорость сближения девочек равна $v_1 + v_2$, поэтому они встретятся через время $\frac{S}{v_1 + v_2}$ после того, как собачка первый раз побежала от Маши к Наташе. В течение этого времени собачка будет бегать между девочками со скоростью u и пробежит расстояние, равное $\frac{u}{v_1 + v_2} S$. Если подставить числа, получим, что собачка пробежит 80 метров.

7. Турист Гоша плыл на байдарке по течению реки. Проплыв 2 часа, Гоша остановился в живописном месте, чтобы немного подкрепиться. Там он обнаружил, что забыл рюкзак с продуктами на стоянке, поэтому ему пришлось возвращаться. На обратном пути Гоша грёб с такой же скоростью и вернулся на место стоянки через 4 часа. За все это время Гоша сильно устал и решил, что дальше он будет просто плыть по течению. Сколько времени потребуется Гоше, чтобы снова доплыть до живописного места?

Несколько более сложных задач на сложение скоростей

Для решения предложенных задач необходимо уверенно обращаться с дробями. Такие задачи, вероятно, будут слишком трудными при первом знакомстве с движением. В то же время эти задачи будут полезны при повторении темы и при подготовке к олимпиадам в 7 классе.

8. Винни-Пух доходит от своего домика до домика Пятачка за время $t_1 = 15$ мин, а Пятачок доходит до домика Винни-Пуха за время $t_2 = 30$ мин. Винни-Пух и Пятачок одновременно вышли в гости друг к другу. Через какое время они встретятся?

9. По реке от моста до озера Дима может доплыть на лодке за $t_1 = 1$ час, а на плоту – за $t_2 = 4$ часа. За какое время Дима доплывёт на лодке от озера до моста?

Решение. Обозначим скорость реки u , скорость лодки v , а расстояние от моста до озера – S . На плоту Дима плывёт от моста до озера со скоростью $\frac{S}{t_1}$, равной скорости течения реки u . На лодке он плывёт со скоростью, равной сумме скоростей лодки и течения $\frac{S}{t_2} = u + v$. Отсюда можно

найти скорость лодки $v = \frac{S}{t_2} - \frac{S}{t_1}$. На обратном пути Дима будет плыть против течения со скоростью $v - u = \frac{S}{t_2} - 2\frac{S}{t_1} = \frac{2t_1 - t_2}{t_1 t_2} S$. Поэтому обратный путь

займёт $\frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2}$. Если подставить числа, получим, что обратный путь займёт 2 часа.

10. На тренировке спортсмены Влад и Дима наматывали круги по стадиону, каждый со своей постоянной скоростью. Вначале они бегали в одном направлении и Влад время от времени обгонял Диму. После того, как Дима стал бегать в противоположном направлении, ребята стали встречаться в n раз чаще. Вычислите во сколько раз Влад бежит быстрее Димы.

11. В одной из серий мультфильма «Ну, погоди!» Заяц и Волк не спеша прогуливались по палубе теплохода. С помощью GPS-навигатора Заяц определил, что когда они идут от кормы к носу, их скорость (относительно берега) равна $v_1 = 11,4$ м/с. Когда они идут обратно, их скорость равна $v_2 = 8,6$ м/с. Известно, что длина палубы равна $L = 70$ м, а скорость теплохода постоянна. Какое расстояние относительно берега проходит теплоход, пока друзья прогуливаются от носа до кормы и обратно?

12. Автомобиль едет вдоль железной дороги с постоянной скоростью, мимо него в одном направлении с интервалом 6 минут проехали 2 поезда. Мимо стоящего человека эти поезда проехали с интервалом 10 минут и с одинаковой скоростью 60 км/час. Найдите скорость автомобиля и направление его движения.

13. На плоту можно проплыть по реке из села Егоркино до деревни Сергеевка за время t_2 . На моторной лодке тот же путь можно проделать

за время t_1 . Сколько времени потребуется, чтобы на моторной лодке вернуться обратно? Каким будет ответ, если $t_2 < 2t_1$?

14. Колонна автомобилей едет по шоссе со скоростью v . Расстояние между автомобилями в колонне равно L , а длина каждого автомобиля x . В некотором месте шоссе заканчивается и начинается грунтовая дорога. Автомобиль, въезжая на грунтовую дорогу, моментально снижает скорость вдвое. Каким будет расстояние между машинами в колонне на грунтовой дороге?

15. Женя каждый день ездит в школу на метро. Когда он выходит из дома вовремя, он спускается в метро, стоя на эскалаторе, за время t_1 . Когда Женя опаздывает, он бежит по эскалатору и спускается за время t_2 . Однажды эскалатор сломался. Сколько времени потребуется Жене, чтобы спуститься по остановившемуся эскалатору?

16. Вдоль железной дороги на расстоянии L стоят столбы. Два пассажира поезда идут навстречу друг другу с одинаковыми скоростями из разных концов вагона. Первый пассажир видит n столбов в минуту, второй – на один меньше. Найдите скорости поезда и пассажиров (относительно поезда).

17. Сноубордист и лыжник поспорили, кто круче, и решили провести гонку преследования по следующим правилам: задача состоит в том, чтобы первым догнать бабушку, которая съезжает с горы на попе. Известно, что лыжи быстрее сноуборда, поэтому сноубордист стартует в 100 метрах позади бабушки, а лыжник в 100 метрах позади сноубордиста. Все трое одновременно начинают спуск. Сноубордист спускается быстрее, чем бабушка, а лыжник ровно вдвое быстрее, чем сноубордист. Так кто круче, лыжник или сноубордист?

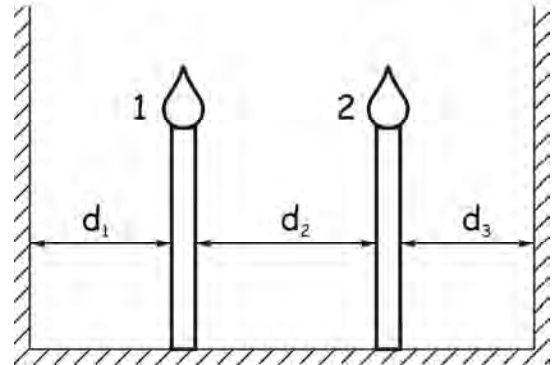
18. Велосипедист ехал по дороге с постоянной скоростью и каждые 6 секунд проезжал мимо столба. Затем он увеличил скорость и стал проезжать мимо столбов каждые 4 секунды. Как часто велосипедист будет проезжать мимо столбов, если он ещё на столько же увеличит скорость?

19. Дима очень не любит рано вставать. Для того чтобы не опоздать в школу, Дима всегда спускается по эскалатору в метро бегом, со скоростью $v = 3$ м/с относительно эскалатора. Однажды Дима случайно перепутал эскалаторы и спускался по эскалатору, идущему вверх. В результате Дима опоздал в школу на 4 минуты. В день, когда эскалатор сломался, Дима опоздал на 40 секунд. Определите скорость эскалатора.

20. Катер, двигаясь вниз по течению, затратил времени в $n = 3$ раз меньше, чем на обратный путь. Определите, с какими скоростями двигался

ся катер по течению и против течения, если средняя скорость катера на всём пути составила $u = 3$ км/ч. Известно, что скорость катера относительно воды постоянная.

21. Записывая свои воспоминания, Барон Мюнхгаузен засиделся до поздней ночи при свечах. Обе свечи одинаковой длины L он зажёл одновременно и поставил, как показано на рисунке. Скоро Мюнхгаузен заметил, что тень первой свечи на левой стене неподвижна, а тень второй свечи на правой стене укорачивается со скоростью v . Помогите ему сосчитать время горения каждой из свечей.



3.3. ГРАФИКИ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим пример. Автобус выехал с автовокзала в 12 часов и ехал по прямой дороге с постоянной скоростью 50 км/ч без остановок.

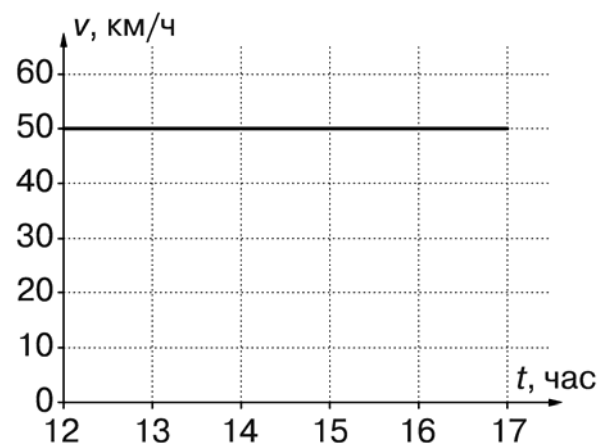
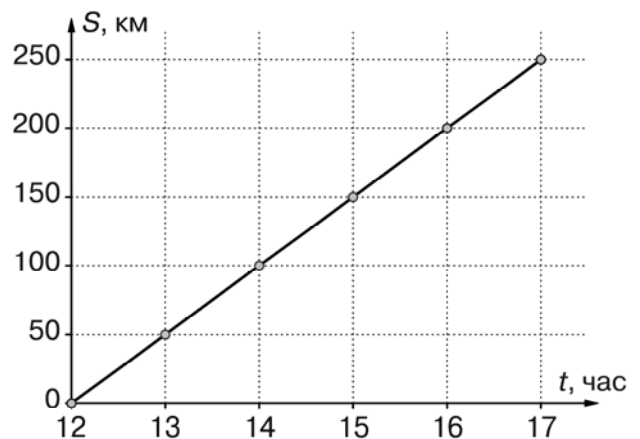
Считается, что графическая информация воспринимается гораздо лучше, чем текст. А как графически показать движение автобуса? Можно бы было нарисовать автобус, подпрыгивающий на кочках, но физики предпочитают строить график движения автобуса. Для этого на горизонтальной оси (оси абсцисс) обозначают время, а на вертикальной оси (оси ординат) – расстояние, которое автобус проехал от автовокзала.



Кстати, а почему не наоборот? Есть две величины, координата автобуса и время. Интуитивно понятно, что именно координата автобуса зависит от времени. Водитель автобуса легко может изменять положение автобуса в различные моменты времени, но не может влиять на ход времени. Исторически принято на вертикальной оси обозначать зависимую величину, в нашем примере это координата автобуса. Соответственно, независимую величину обозначают на горизонтальной оси.

Вернёмся к нашему примеру. В 12 часов расстояние от автобуса до автовокзала равно нулю. Отметим соответствующую точку на графике. В 13 часов расстояние от автобуса до автовокзала будет равно 50 км, в 14 часов это расстояние будет равно 100 км, и так далее. Также обозначим на графике соответствующие точки.

Можно заметить, что все отмеченные точки лежат на одной прямой. Действительно, пройденный автобусом путь за время t равен $S = vt$. График этой зависимости является отрезком прямой. Поэтому если соединить все точки прямой линией, мы получим график положения автобуса в произвольные (не равные целому количеству часов) моменты времени.

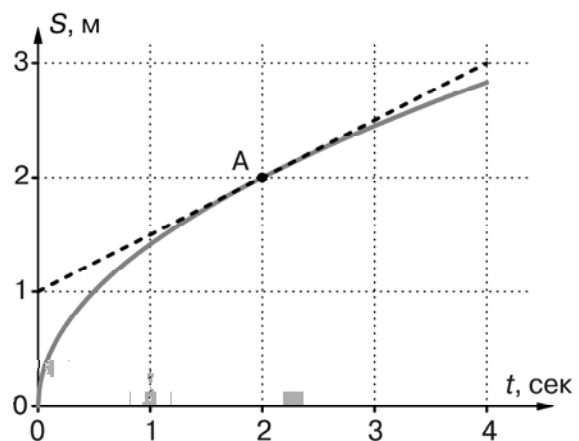
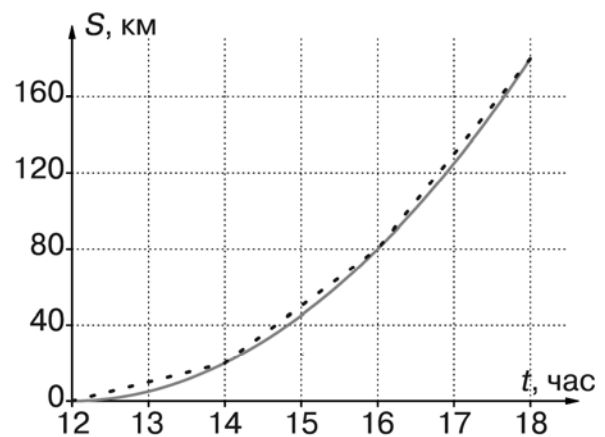
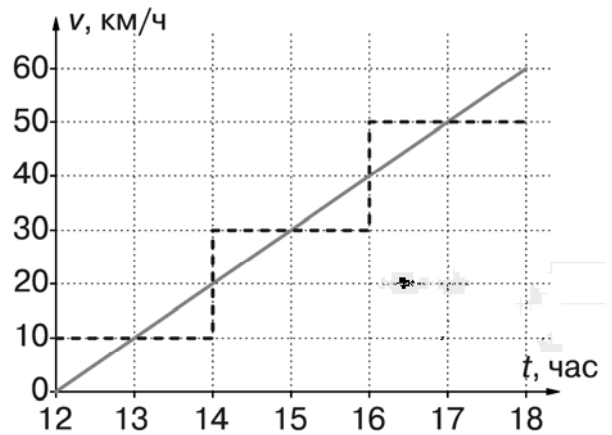


Кроме графика зависимости положения автобуса от времени можно построить график скорости автобуса. В нашем примере скорость автобуса постоянна, поэтому график зависимости скорости автобуса от времени будет горизонтальной прямой, как показано на рисунке.

При равномерном движении пройденный путь равен произведению скорости и времени движения $S = v \cdot t$. Заметьте, это произведение можно представить как площадь под графиком скорости!

Важно, что площадь под графиком скорости равна пройденному пути даже в случае неравномерного движения. Рассмотрим в качестве примера случай, когда скорость автобуса постепенно увеличивается. График скорости автобуса показан на рисунке сплошной серой линией. Можно всё время движения разбить на небольшие участки, на которых скорость автобуса изменялась несильно. Тогда на каждом участке скорость автобуса можно считать постоянной, а движение – равномерным. Приближённый график скорости автобуса показан на рисунке пунктиром. На каждом участке движение равномерное, поэтому пройденный путь можно вычислить как площадь под графиком зависимости скорости от времени. Теперь можно уменьшать шаг разбиения, при этом приближённый график будет всё ближе к настоящей зависимости.

На рисунке сплошной серой линией показан точный график зависимости положения автобуса от времени. Пунктиром показан график, построенный с помощью приближённой зависимости скорости от времени.



Мы научились вычислять пройденный путь с помощью графика скорости от времени. Теперь нужно понять, как по графику зависимости координаты тела от времени определить скорость тела в некоторой точке. В

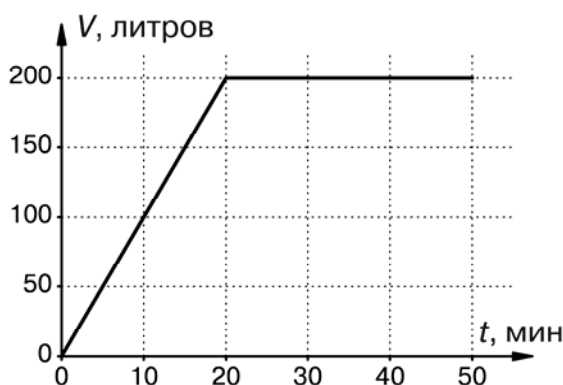
качестве примера рассмотрим движение, график которого показан сплошной серой линией, и найдём скорость тела через 2 секунды после начала движения. Соответствующая точка отмечена на графике как точка А. За небольшой промежуток времени скорость тела изменяется незначительно, поэтому в течение этого промежутка времени можно рассматривать движение как равномерное.

График равномерного движения – это прямая линия. Поэтому в небольшой окрестности точки А график будет похож на отрезок прямой. Но через точку А проходит бесконечное множество различных прямых. Нужно выбрать из них такую, которая будет лучше всего совпадать с графиком в окрестности точки А. Такая прямая называется касательной к графику. По наклону касательной можно определить скорость в точке А.

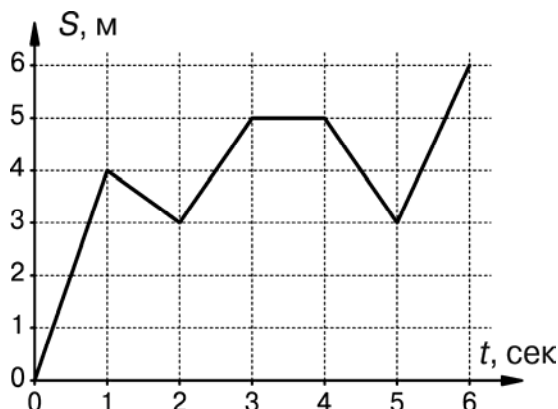
Касательная пересекает вертикальную ось (ось ординат) в точке 1 м, а моменту времени 4 секунды соответствует путь 3 м. За 4 секунды тело проходит путь, равный 2 метрам, следовательно скорость тела равна 0,5 м/с.

Графические задачи

1. Серёжа решил принять ванну. Он открыл кран, заткнул пробку, но вдруг вспомнил, что не решил задачку по физике. Вернулся он через 50 минут. По графику наполнения ванны определите её вместимость и количество воды, вылившейся на пол.



2. Сегодня Артём был очень рассеянным и постоянно куда-то возвращался. По графику координаты Артёма от времени определите полный пройденный путь и его перемещение. Найдите максимальную скорость Артёма. В какой момент она достигается?



Приведём только начало решения.

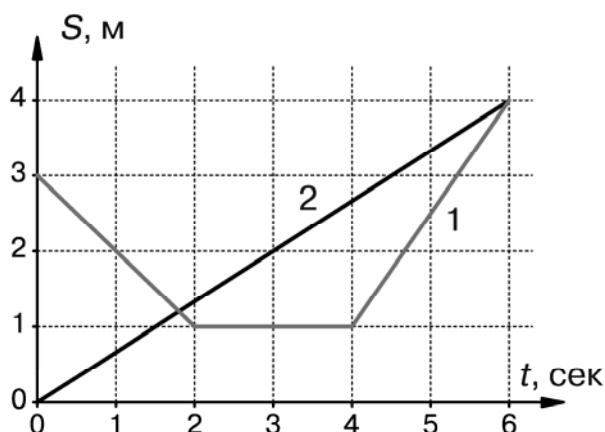
В момент времени 0 секунд Артём находился на расстоянии 0 метров от точки отсчёта. В момент времени 1 секунда Артём был на расстоянии 4 метра от точки отсчёта. Таким образом, за первую секунду Артём прошёл 4 метра со скоростью 4 м/с. За вторую секунду Артём прошёл 1 метр назад.

Путь, пройденный Артёмом за 2 секунды, равен 5 метров, а перемещение Артёма равно 3 метра.

3. На рисунке представлены графики движения двух тел.

а) Определите скорость первого тела на каждом участке.

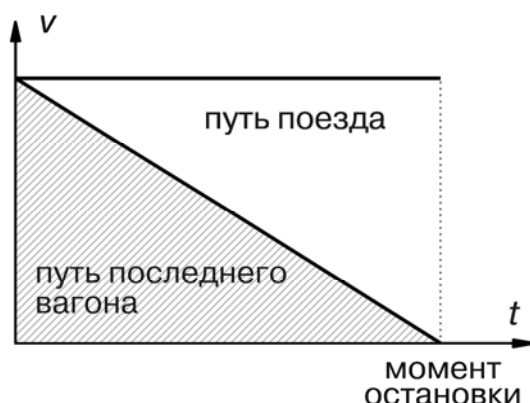
б) Найдите максимальное расстояние между телами за всё время их движения.



4. Хулиган отцепил от движущегося поезда последний вагон. После этого поезд продолжил двигаться с постоянной скоростью, а скорость вагона равномерно снижалась. Как будут относиться пути, пройденные поездом и вагоном к моменту остановки вагона?

Решение. Построим график зависимости скорости вагона и поезда от времени. Пройденный путь можно посчитать как площадь под графиком скорости от времени, поэтому из построенного графика очевидно, что

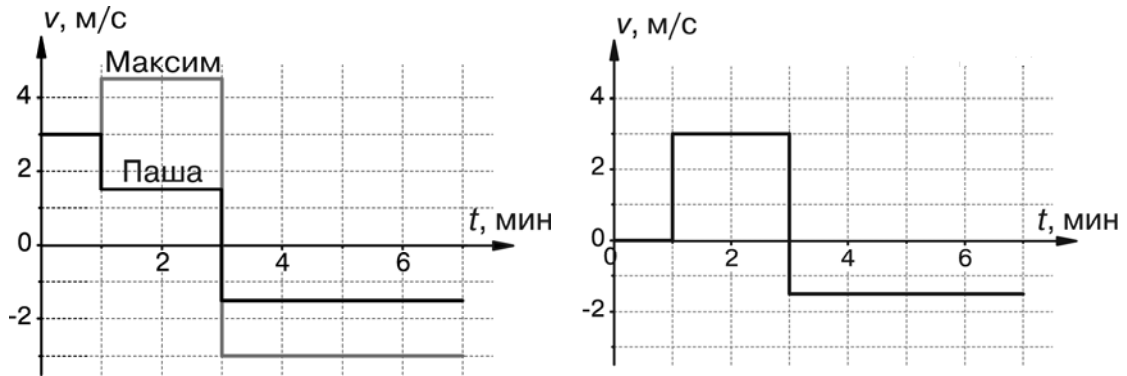
пройденный вагоном путь к моменту остановки будет в 2 раза меньше, чем путь, пройденный поездом.



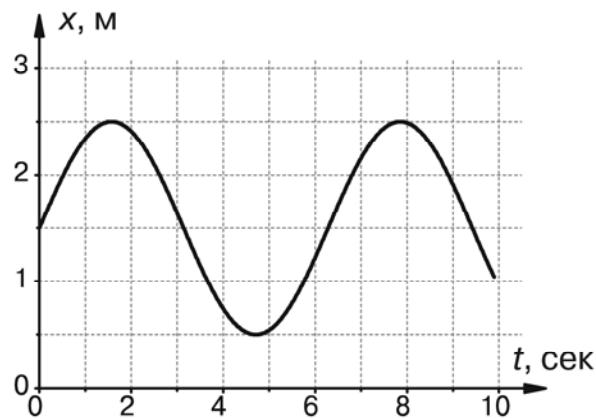
5. На уроке физкультуры Максим и Паша сначала бежали по прямой дорожке от школы со скоростью 3 м/с. Через минуту Паша устал и пошёл пешком в два раза медленнее, а Максим, наоборот, ускорился до 4,5 м/с. Через 3 минуты после начала забега оба мальчика повернули обратно и, двигаясь с постоянной скоростью (каждый со своей), достигли школы через 4 минуты. Постройте графики зависимости скорости ребят от времени. Постройте график скорости Максима относительно Паши. С помощью последнего графика определите максимальное расстояние между ребятами за всё время забега.

Решение. Вначале нужно вычислить скорость ребят на обратном пути. За первую минуту Максим пробежал 180 метров, за следующие 2 минуты он пробежал 540 метров, следовательно за последние 4 минуты он должен пробежать 720 метров, чтобы вернуться обратно к школе. Поэтому его скорость будет равна 3 м/с. Паша за первую минуту пробежал 180 метров, за следующие 2 минуты он пробежал ещё 180 метров, следовательно за последние 4 минуты он должен пробежать 360 метров. и его скорость будет равна 1,5 м/с.

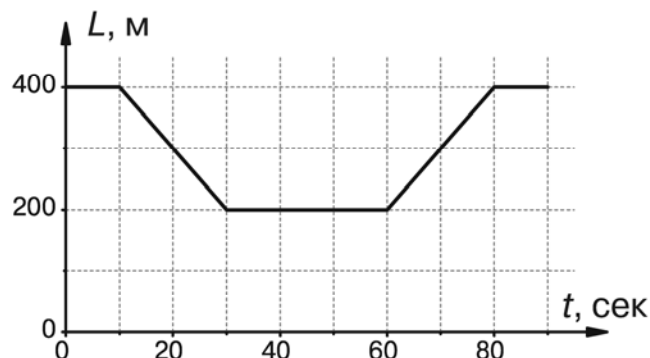
Чтобы построить график скорости Максима относительно Паши, нужно из скорости Максима вычесть скорость Паши. По этому графику видно, что первую минуту мальчики бежали вместе, затем 2 минуты максим убежал от Паши, а последние 4 минуты расстояние между ребятами уменьшается. Поэтому максимальное расстояние будет в конце третьей минуты и будет равно 360 метров.



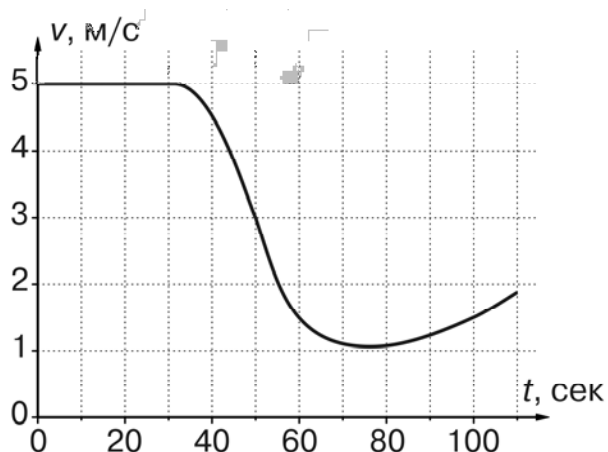
6. Пчела летает взад-вперёд рядом с ульем, который она охраняет от Винни-Пуха. По графику зависимости расстояния от пчелы до улья определите максимальную скорость пчелы. В какой момент она достигается?



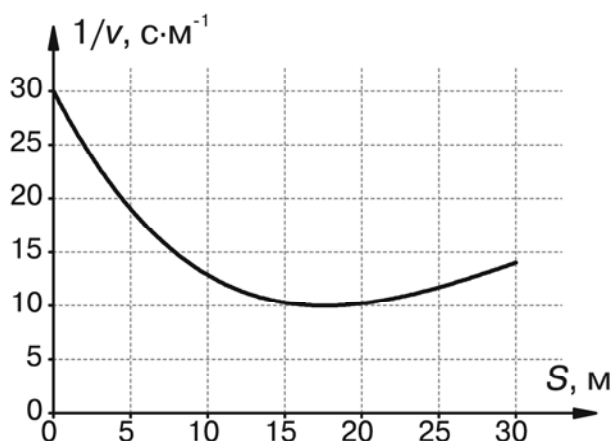
7. На длинном прямом шоссе автомобили движутся с постоянной скоростью v_1 всюду, за исключением моста, на котором автомобили движутся с другой постоянной скоростью v_2 . На рисунке изображён график зависимости расстояния L между двумя едущими друг за другом автомобилями от времени t . Найдите скорости v_1 и v_2 , а также длину моста.



8. Незнайка сконструировал автомобиль, в котором спидометр вместо мгновенной скорости показывает среднюю скорость с момента начала движения. По графику показаний спидометра от времени определите, в какой момент времени Незнайка был на расстоянии 150 м от старта.



9. Таракан ползёт вдоль стены школьной столовой длиной 30 м, причём скорость таракана всё время меняется. Известен график зависимости величины, обратной скорости таракана, — $1/v$ от его координаты — x . Определите по этому графику время, за которое таракан проползёт вдоль всей стены.



Подсказка. Произведение пути и обратной скорости — $S \cdot \frac{1}{v}$ имеет размерность времени.

4. Масса и плотность

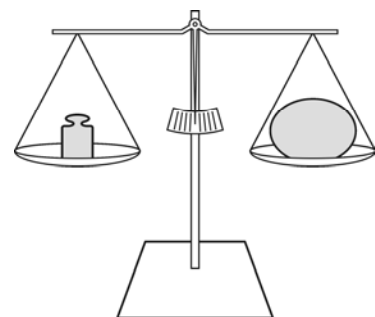
Масса – это одна из характеристик физических тел. Понятие массы было введено Исааком Ньютоном как мера количества вещества. Однако в современной физике количество вещества понимается буквально, как число одинаковых частичек (молекул), составляющих тело. Поэтому масса может рассматриваться как мера количества вещества только для однородных тел. Более подробно мы поговорим о понятии массы в следующих главах.

Единицей измерения массы в системе СИ является килограмм. Первоначально килограмм был определён как масса 1 литра воды. В 1880 г. для удобства измерений был изготовлен международный эталон килограмма – небольшой цилиндр из сплава платины и иридия. С 1889 г. килограмм определяют как массу международного эталона килограмма.

В середине XX века было замечено, что масса международного эталона килограмма из-за ряда причин постепенно уменьшается. С 1889 г. эталон стал легче приблизительно на одну тридцатимиллионную часть своей массы. Поэтому килограмм постепенно уменьшается вместе с эталоном, а значит, все остальные тела становятся тяжелее!

В настоящий момент килограмм – единственная из основных единиц измерения, которая определяется с помощью искусственно изготовленного эталона. Такое определение килограмма неудобно тем, что невозможно определить массу тела, если под рукой не оказалось эталона. Поэтому интересно обсудить, как можно определить единицу измерения массы с помощью фундаментальных физических постоянных и законов, не используя искусственно созданных эталонов.

Известно, что вещество состоит из атомов. Массы одинаковых атомов в точности равны, поэтому можно было бы определить килограмм как массу тела, состоящего из определённого количества одинаковых атомов. Главный недостаток такого определения заключается в том, что количество атомов в теле массой 1 кг будет огромным, приблизительно 10^{25} штук. Поэтому необходимо научиться, во-первых, отделять атомы одного типа от всех остальных, и, во-вторых, достаточно точно определять количество атомов в макроскопическом теле. Пока эти трудности не позволяют нам использовать такое определение килограмма.



Существует множество способов измерения массы тела, но проще всего измерить массу с помощью весов. Самые простые рычажные весы бы-

ли известны ещё в Древнем Египте. Такие весы находятся в равновесии, если массы грузов на левой и правой чашке одинаковы. Чтобы измерить массу тела, его кладут на одну чашку весов, а на другую чашку весов помещают гири известной массы, подбирая их так, чтобы уравновесить весы. Если весы уравновешены, масса тела равна сумме масс гирек на противоположной чашке весов.

Спросите кого-нибудь что тяжелее, железо или дерево? Часто, не задумываясь, отвечают, что железо тяжелее. Но в действительности нельзя говорить о весе железа вообще, можно говорить только о весе определённого тела, сделанного из железа. Когда говорят, что железо тяжелее дерева, имеют в виду, что железное тело тяжелее деревянного тела такого же объёма. Полезно ввести новую физическую величину, которая равна отношению массы тела к его объёму. Эта величина называется **плотностью** тела и обычно обозначается греческой буквой ρ (читается как ро).

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Заметьте, что плотность не зависит от размеров и формы тела. Если масса и объём – это характеристики самого тела, то плотность – это характеристика вещества, из которого тело состоит. Поэтому правильнее говорить не о плотности тела, а о плотности вещества. Теперь мы можем физически грамотно сказать, что плотность железа больше плотности дерева.

Разберём ещё несколько важных вопросов.

- *Как измерить плотность?*

Обычно для измерения плотности отдельно измеряют массу и объём тела, а затем вычисляют плотность как отношение массы к объёму. Подумайте, а можно ли напрямую измерить плотность тела? Существует ли вообще эталон плотности? Что можно использовать в качестве эталона плотности?

- *В каких единицах измеряется плотность в системе СИ?*

Плотность – это отношение массы к объёму. В СИ масса измеряется в килограммах, а объём – в кубических метрах. Поэтому в СИ плотность измеряется в килограммах на кубический метр (обозначается кг/м^3). Также плотность измеряют в граммах на кубический сантиметр.

- *Чему равна плотность воды?*

Килограмм определяют как массу 1 литра воды. 1 литр – это 1 дм^3 , поэтому в 1 м^3 содержится 1000 литров. Следовательно, масса 1 м^3 воды равна 1000 кг. Отсюда плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

- *Какие значения может принимать плотность различных веществ?*

Самая маленькая плотность у газов. Плотность воздуха при нормальных условиях равна $1,2 \text{ кг/м}^3$. В зависимости от температуры и давления плотность воздуха может значительно изменяться. Зимой плотность воздуха увеличивается до $1,3\text{-}1,4 \text{ кг/м}^3$, а летом уменьшается до $1,1 \text{ кг/м}^3$. Один из самых лёгких газов – гелий (которым надувают воздушные шарик) – имеет плотность около $0,18 \text{ кг/м}^3$.

Плотность большинства пород древесины изменяется в пределах от 400 до 800 кг/м^3 . Но есть и такие, плотность которых больше плотности воды.

Плотность большинства жидкостей близка к 1000 кг/м^3 . Так, плотность бензина равна 740 кг/м^3 , плотность масла – около 900 кг/м^3 , плотность воды – 1000 кг/м^3 , плотность молока – около 1030 кг/м^3 . Плотность ртути значительно больше, чем у других жидкостей и равна 13600 кг/м^3 .

Средняя плотность Земли равна 5520 кг/м^3 . Интересно, что плотность Земли больше, чем плотности остальных планет Солнечной системы.

Считается, что самая большая плотность у металлов: так, плотность алюминия равна 2700 кг/м^3 , плотность железа – 7900 кг/м^3 , плотность меди – 8900 кг/м^3 , плотность золота – 19300 кг/м^3 . Но есть и лёгкие металлы, например, плотность лития равна всего 530 кг/м^3 .

«Плотные» задачи

1. Ира в кулинарной книге прочитала, что масса 1 см^3 поваренной соли равна $2,2 \text{ г}$. Чему равна плотность соли? Переведите эту величину в систему СИ.

Решение. Очевидно, что плотность соли равна $2,2 \text{ г/см}^3$. В системе СИ масса измеряется в килограммах, а объём – в кубических метрах. Известно, что 1 м^3 состоит из 10^6 см^3 , а масса 1 см^3 соли равна $2,2 \text{ грамма}$. Поэтому масса 1 м^3 соли равна 2200 кг , соответственно плотность соли в системе СИ равна 2200 кг/м^3 .

2. В цирке клоун одной левой поднимает огромную гирию, на которой написано « 500 кг ». На самом деле масса гири в сто раз меньше. Объём этой гири $0,2 \text{ м}^3$. Вычислите плотность цирковой гири.

3. Масса стакана, доверху заполненного водой, равна m_1 . Ася опустила в стакан камушек массой M . При этом часть воды вылилась, и масса стакана с содержимым стала равна m_2 . Помогите Асе найти массу вылившейся воды и плотность камушка.

Решение. Масса стакана с водой в сумме с массой камушка равна $m_1 + M$. Но из-за того, что часть воды вылилась, масса стакана с камушком будет меньше. Разница двух масс равна массе вылившейся воды. По-

этому масса вылившейся воды равна $m_1 + M - m_2$, объём вылившейся воды равен $\frac{m_1 + M - m_2}{\rho_B}$. Очевидно, что объём вылившейся воды равен объёму

камушка, поэтому плотность камушка равна $\frac{M}{m_1 + M - m_2} \rho_B$.

4. Для того чтобы Лёша лучше решал задачи по физике, врач прописал ему пить какую-то целебную кислятину три раза в день перед едой. Когда через неделю бутылка с кислятиной закончилась, Лёша измерил, что масса пустой бутылки равна $m_0 = 450$ г, а масса той же бутылки, но наполненной водой, равна $m_1 = 950$ г. Известно, что масса бутылки с кислятиной равна $m_2 = 1000$ г. Помогите Лёше сосчитать плотность целебной кислятины.

5. По-настоящему суперплотными объектами являются нейтронные звёзды. В среднем радиус нейтронной звезды равен 10 км, а масса в 1,5 раза превышает массу Солнца. Приближённо считая нейтронную звезду кубом с ребром $L = 20$ км и массой $M = 3 \cdot 10^{30}$ кг, вычислите среднюю плотность нейтронной звезды.

Ответ. Средняя плотность нейтронной звезды равна $4 \cdot 10^{17}$ кг/м³. Это приблизительно в 20 триллионов раз больше, чем плотность самого плотного вещества, которое встречается на Земле. Кстати, средняя плотность Солнца приблизительно равна 1400 кг/м³. А самую маленькую плотность, около 10^{-31} кг/м³, имеет межгалактическая среда – это часть космоса между галактиками.

Интересно обсудить, почему у нейтронных звёзд такая большая плотность. Дело в том, что обычное, в нашем понимании, вещество состоит из атомов. Атомы, в некотором смысле, пустые. Практически вся масса атома сосредоточена в его центре – ядре атома, которое состоит из нейтронов и протонов. Плотность атомного ядра порядка 10^{17} кг/м³. Ядро атома окружено электронами. Размер «облака» электронов (электронных орбиталей) приблизительно в сто тысяч раз больше размера ядра атома. За счёт большого размера электронных орбиталей средняя плотность атома оказывается порядка 10^3 кг/м³.

В нейтронной звезде нет электронов и протонов. Нейтронная звезда состоит из очень «плотно упакованных» нейтронов, которые удерживаются вместе силами гравитации. Поэтому плотность нейтронной звезды даже больше, чем плотность ядра атома.

6. Зимой дети слепили из снега очень красивую фигуру Снегурочки. Весной она стала таять, поэтому точную копию фигуры решили отлить из

бронзы. Сколько бронзы для этого потребуется? Известно, что масса снежной фигуры $M = 600$ кг, $\rho_{\text{снега}} = 500$ кг/м³, а $\rho_{\text{бронзы}} = 8000$ кг/м³.

7. После снегопада тонкостенный бак с полностью открытым верхом был заполнен снегом наполовину. Бак имеет форму куба с ребром 1 м. Из собранного снега получили 75 литров воды. Какова плотность свежевыпавшего снега?

8. Ася прочитала в энциклопедии, что высота известной парижской достопримечательности – Эйфелевой башни $H = 300$ м, а масса $M = 9000$ тонн. После этого Ася задумалась, какую массу имеет точная копия башни высотой $h = 30$ см, сделанная из того же материала? Подумайте, почему получился такой странный ответ?

Решение. У точной копии башни ширина и толщина меньше, чем у оригинальной башни во столько же раз, во сколько высота копии меньше высоты оригинала. Объём башни можно вычислить как произведение высоты, ширины и толщины. Поэтому объём копии меньше объёма оригинала в $\left(\frac{h}{H}\right)^3$ раз. По условию плотность копии равна плотности ориги-

нальной башни, поэтому $m = M \left(\frac{h}{H}\right)^3$. Если подставить числа, получим

$m = 9 \cdot 10^6 \text{ кг} \left(\frac{0,3 \text{ м}}{300 \text{ м}}\right)^3$. Окончательно получаем, что масса копии равна

9 грамм. Если вы держали в руках фигурку Эйфелевой башни, то вы знаете, что она весит гораздо больше. Всё дело в том, что фигурки специально делают более толстыми и прочными. Если бы мы сделали точную копию башни, то она состояла бы из очень тонких проволочек, и её можно было бы легко смять руками.

9. После того, как железный кубик нагрели, длина каждого ребра кубика увеличилась на 1% из-за теплового расширения. Как изменилась плотность кубика при нагревании?

Решение. При нагревании масса кубика не изменилась. Если вначале длина стороны кубика была равна a , то после нагревания сторона кубика будет равна $1,01a$. Объём кубика равен кубу стороны, после нагревания объём будет равен $(1,01)^3 a^3 \approx 1,03 a^3$. Плотность кубика после нагревания

будет равна $\frac{M}{1,03 a^3} \approx 0,97 \frac{M}{a^3}$. Таким образом, плотность кубика в результате нагревания уменьшится на 3%.

Во всех предыдущих задачах мы вычисляли плотность однородных тел, то есть тел, состоящих из одного материала. Существуют и неоднородные тела, которые состоят из нескольких частей с различными плотностями. Для неоднородных тел можно измерить среднюю плотность – отношение всей массы тела к полному объёму.

10. Ваня к деревянному бруску плотностью $\rho_{\text{дер}}$ приклеил железную пластину того же объёма с плотностью $\rho_{\text{ж}}$. Определите среднюю плотность получившегося тела.

Решение. Обозначим объём деревянного бруска и железной пластины V . Тогда масса бруска равна $\rho_{\text{дер}}V$, а масса пластины равна $\rho_{\text{ж}}V$. Масса получившегося тела равна $\rho_{\text{дер}}V + \rho_{\text{ж}}V$, отсюда средняя плотность тела

равна $\frac{\rho_{\text{дер}}V + \rho_{\text{ж}}V}{2V}$. Теперь сократим на объём и получим, что средняя

плотность тела равна $\frac{\rho_{\text{дер}} + \rho_{\text{ж}}}{2}$.

11. Дима склеил железную пластину и деревянный брусок равной массы. Определите среднюю плотность получившегося тела.

12. По легенде древнегреческому царю Гиерону доложили, что его «золотая» корона на самом деле состоит из сплава золота и серебра. Чтобы проверить это, Архимед измерил плотность короны и определил, что она на половину (по массе) состоит из золота и на половину из серебра. Сосчитайте плотность короны царя Гиерона.

Решение. Для удобства вычислений обозначим массу короны $2m$. Тогда корона содержит m золота и m серебра. По определению плотность

короны можно записать как $\rho_{\text{короны}} = \frac{m_{\text{зол}} + m_{\text{сер}}}{V_{\text{зол}} + V_{\text{сер}}}$. Плотности серебра и зо-

лота известны, поэтому мы можем сосчитать объёмы золота и серебра

$\rho_{\text{короны}} = \frac{m_{\text{зол}} + m_{\text{сер}}}{\frac{m_{\text{зол}}}{\rho_{\text{зол}}} + \frac{m_{\text{сер}}}{\rho_{\text{сер}}}}$. Теперь используем то, что массы золота и серебра

равны m и сложим дроби в знаменателе

$$\rho_{\text{короны}} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_{\text{зол}}} + \frac{m}{\rho_{\text{сер}}}} = \frac{2m}{\frac{m \cdot \rho_{\text{сер}} + m \cdot \rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}} \cdot \rho_{\text{зол}}}} = \frac{2m \cdot \rho_{\text{сер}} \cdot \rho_{\text{зол}}}{m \cdot \rho_{\text{сер}} + m \cdot \rho_{\text{зол}}} = \frac{2m \cdot \rho_{\text{сер}} \cdot \rho_{\text{зол}}}{m \cdot (\rho_{\text{сер}} + \rho_{\text{зол}})}$$

Окончательно получаем $\rho_{\text{короны}} = \frac{2 \cdot \rho_{\text{сер}} \cdot \rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}} + \rho_{\text{зол}}}$.

Как видно из решения, ответ не зависит от массы короны. Этого можно было ожидать, поскольку плотность – это характеристика вещества. Плотность зависит только от процентного содержания серебра и золота, но не от массы короны.

13. На Новый год Серёже подарили игрушечную подводную лодку объёмом $V = 1000 \text{ см}^3$ и массой $M = 500 \text{ г}$. К удивлению Серёжи, лодка никак не хотела погружаться под воду. Тогда Серёжа стал засовывать внутрь подлодки маленькие дробины массой $m = 3 \text{ г}$ каждая. Сколько таких дробинок потребуется, чтобы лодка потонула? Известно, что тела тонут, если их плотность больше плотности воды.

14. Гриша исследует метеорит. Он выяснил, что половина метеорита по объёму – лёд плотностью ρ , треть объёма метеорита – камень плотностью 2ρ , а оставшаяся часть – металл плотностью 3ρ . Найдите среднюю плотность метеорита.

15. Петя пользуется не совсем точными линейкой и весами. Результаты измерений могут быть как больше, так и меньше настоящих значений. Пете известно, что при измерении линейкой результат отличается от правильного не больше, чем на 5 мм, а ошибка измерения на весах не более 50 грамм. Петя получил следующие результаты: длина кирпича 250 мм, ширина 120 мм, толщина 70 мм, масса 3 кг. В каких пределах может изменяться плотность кирпича?

Решение. Для того, чтобы найти максимально возможную плотность кирпича, нужно максимальную массу разделить на минимальный объём. Поэтому максимально возможная плотность равна

$\frac{3050 \text{ г}}{245 \times 115 \times 65 \text{ мм}^3} = 1,67 \text{ г/см}^3$. Минимально возможная плотность получается, если минимальную массу разделить на максимальный объём:

$\frac{2950 \text{ г}}{255 \times 125 \times 75 \text{ мм}^3} = 1,23 \text{ г/см}^3$. Следовательно, плотность кирпича может изменяться в пределах от $1,23 \text{ г/см}^3$ до $1,67 \text{ г/см}^3$.

16. После того, как из канистры объёмом 8 л вылили всю воду, там осталось 2,4 мл воды в виде капель на стенках. Затем канистру плотно закрыли пробкой и поставили на солнце. В результате все капли внутри канистры испарилась. Определите плотность получившегося газа, если первоначальная плотность воздуха в канистре равна $1,2 \text{ кг/м}^3$.

Решение. Вначале плотность воздуха в канистре равна $1,2 \text{ кг/м}^3$. Затем вода испарилась, и к этой плотности добавилась плотность водяных па-

ров, которая равна $\frac{2,4 \text{ г}}{8 \text{ дм}^3} = 0,3 \text{ кг/м}^3$. Поэтому в конце плотность воздуха стала равна $1,5 \text{ кг/м}^3$.

17. Известно, что из-за высокой концентрации соли, плотность морской воды больше, чем плотность пресной, и равна приблизительно $\rho_M = 1025 \text{ кг/м}^3$. Плотность соли равна $\rho_C = 2160 \text{ кг/м}^3$. Посчитайте, какой процент соли (по массе) содержится в морской воде. Плотность пресной воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение. Пусть x – массовая доля соли в морской воде. Тогда оставшаяся часть $(1-x)$ составляет пресная вода. Возьмём некоторое количество солёной воды массой M . В этой воде содержится Mx соли и $M(1-x)$ пресной воды. Объём соли равен $\frac{Mx}{\rho_C}$, соответственно объём пресной воды равен $\frac{M(1-x)}{\rho_0}$. Плотность морской воды можно предста-

вить как отношение массы воды к её объёму $\rho_M = \frac{M}{\frac{Mx}{\rho_C} + \frac{M(1-x)}{\rho_0}}$. Затем

сложим дроби в знаменателе и сократим на массу, получим

$\rho_M = \frac{\rho_0 \rho_C}{\rho_0 x + \rho_C (1-x)}$. Отсюда нетрудно выразить $x = \frac{\rho_C (\rho_M - \rho_0)}{\rho_M (\rho_C - \rho_0)}$. Подставим

числовые значения и получим, что морская вода содержит приблизительно 4,5% соли (по массе).

18. Чтобы приготовить гречневую кашу, 1 кг гречи залили 3 литрами воды и сварили. Известно, что плотность сухого зёрнышка гречи равна $\rho_{гр} = 1300 \text{ кг/м}^3$, плотность варёного зёрнышка гречи $\rho = 1100 \text{ кг/м}^3$, а плотность воды $\rho_B = 1000 \text{ кг/м}^3$. Сколько воды выкипело? Считайте, что вода либо испаряется, либо впитывается в гречу, целиком расходуясь на увеличение объёма зерна.

19. Оцените примерно, какая масса воздуха содержится в вашей комнате. Считайте плотность воздуха равной $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$.

20. Используя только обыкновенную линейку, измерьте плотность листа бумаги. Известно, что масса стандартного белого листа бумаги формата А4 равна 5 грамм.

5. Измерение и погрешность

Для того чтобы определить числовое значение любой физической величины, её нужно измерить. Но ни одно измерение не бывает абсолютно точным. Поэтому и значения всех физических величин могут быть найдены только приближённо. Говорят, что у каждого измерения есть погрешность – максимально возможное отклонение измеренного значения от истинного значения физической величины.

Есть несколько причин появления погрешности.

Приборная погрешность связана с несовершенствами измерительного прибора.

Во-первых, у любого измерительного прибора есть порог чувствительности, это минимальное изменение величины, которое прибор может различить. Для аналоговых приборов порог чувствительности можно считать равным цене деления шкалы. Для электронных приборов он равен наименьшему отображаемому разряду. Обычно погрешность измерения принимают равной половине цены деления прибора. Например, у обычной линейки цена деления равна 1 мм, соответственно погрешность линейки можно считать равной 0,5 мм. Если мы измеряем массу с помощью чашечных весов и набора гирек, то ценой деления можно считать массу самой лёгкой гирьки из набора.

Во-вторых, не существует идеальных приборов, поэтому *деления на шкале прибора всегда отмечены с некоторой ошибкой*. Допустимое отклонение показаний прибора от истинных значений называется точностью прибора. Даже на таком простом приборе как линейка, деления всегда отмечены с некоторой ошибкой. Чтобы проверить это, можно две линейки приложить друг к другу, скорее всего деления на них не совпадут. Если отклонение делений на линейке не превышает 0,3-0,5 мм, то точность более сложных приборов может быть значительно ниже. Например, масса эталонных грузиков, которые используются в школьной лаборатории, часто отличается на несколько процентов от их номинала.

Наконец, *измерительные приборы могут со временем «портиться»*. Поэтому их нужно периодически **калибровать** (сравнивать с эталоном и при необходимости подстраивать). Например, пружина у школьного динамометра со временем растягивается. Поэтому такой динамометр показывает большую силу.

Полностью избавиться от приборной погрешности невозможно, но можно её уменьшить. Для этого следует использовать более точные при-

боры. Также нужно следить за тем, чтобы прибор был исправен и откалиброван. Всегда полезно провести контрольное измерение с помощью другого прибора.

Методологические погрешности возникают из-за:

- *несовершенства выбранного метода измерений.*

Например, для того чтобы измерить объём тела неправильной формы, это тело погружают в воду и измеряют объём вытесненной воды. Но если тело изготовлено из пористого материала (например, глины или дерева), оно может впитывать воду. Поэтому результат измерения окажется неточным.

- *использования приближённых моделей и приближённых формул.*

Например, мы хотим измерить диаметр футбольного мяча. При этом мы считаем, что мяч имеет идеально круглую форму. Но в действительности это не так, классический футбольный мяч состоит из 32 кусочков, сшитых друг с другом.

- *влияния измерительного прибора на объект измерений.*

Когда мы измеряем температуру, например, чашки чая, термометром. Термометр нагревается и забирает часть тепла у чая, соответственно чай остывает.

Субъективная погрешность возникает из-за невнимательности и неправильного использования измерительных приборов.

Например, ноль на деревянной линейке обычно расположен на расстоянии 5 мм от края, поэтому если приложить край линейки к краю измеряемого объекта, возникнет ошибка.

При измерении силы, динамометр при измерении нужно держать строго вертикально. В противном случае пружина динамометра начинает задевать корпус, и динамометр показывает меньшую силу.

Для того, чтобы уменьшить вероятность появления субъективной погрешности, нужно проводить контрольное измерение.

Подведём итог. Любое измерение производится с некоторой ошибкой. Погрешность измерения – это оценка максимально возможной ошибки измерения. Чтобы найти значение физической величины как можно более точно, необходимо выбирать метод измерения, который имеет наименьшую погрешность.

Представляя результат измерения, следует указывать полученное значение величины и оценку погрешности измерения. Предположим, вы с помощью линейки измерили, что длина стандартного листочка бумаги формата А4 равна 29,7 см. Даже если вы были максимально аккуратны, линейкой нельзя измерить расстояние, меньшее 0,5 мм. Кроме того, сами деления на линейке расставлены с некоторой ошибкой. Поэтому погрешность измерения длины листочка можно принять равной 1 мм.

В результате измерения мы получаем приближённое значение величины. Оценка погрешности позволяет определить, насколько полученное значение величины может отличаться от точного. Таким образом, нельзя сказать, что длина листочка в точности равна 29,7 см. Из измерения нам известно только то, что истинное значение длины листочка лежит в пределах от 29,6 см до 29,8 см. Поэтому результат измерения принято записывать в виде $29,7 \text{ см} \pm 1 \text{ мм}$.

Рассмотрим ещё один важный пример.

Экипаж КамАЗа участвует в ралли Париж-Дакар. В автомобиле есть бортовой компьютер, который показывает расстояние, пройденное с момента старта. Штурман заметил, что когда они проезжали мимо озера, на часах было 12:15, а бортовой компьютер показывал 100 км. Когда они проезжали мимо одинокого дерева, на часах было 13:00, а бортовой компьютер показывал 150 км. Чему равна средняя скорость движения?

За 45 минут экипаж проехал 50 километров. Если на калькуляторе поделить 50 км на $3/4$ часа, получится 66,66... км/ч. Теперь оценим погрешность такого измерения. Погрешность измерения времени равна 1 минуте, а погрешность измерения расстояния равна 1 км. Можно посчитать, что максимально возможная скорость движения равна $51 \text{ км} / 44 \text{ мин} \approx 69,5 \text{ км/ч}$, а минимальная – $49 \text{ км} / 46 \text{ мин} \approx 64 \text{ км/ч}$. Поэтому в ответе нужно оставить только две значащие цифры, правильно говорить, что скорость движения экипажа равна $67 \pm 3 \text{ км/ч}$.

ИДЕИ НЕКОТОРЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В данном разделе приведены описания нескольких экспериментальных заданий, которые могут быть проделаны как на занятии, так и дома.

1. Измерение плотности песка и средней плотности песчинки

(вместо песка можно использовать горох или крупу)

Как измерить плотность песка? Для этого нужно отдельно измерить объём и массу какого-то количества песка.

Вначале выберем способ измерения объёма песка. Один из возможных вариантов – измерить объём с помощью мерного стаканчика. Но во время измерения нужно следить, чтобы уровень песка в стаканчике был горизонтальным. Для этого можно слегка потрясти стаканчик и линейкой проверить, что уровень песка с разных сторон стаканчика одинаковый. Затем нужно измерить массу стаканчика с песком и не забыть вычесть предварительно измеренную массу стаканчика. Зная объём и массу песка, вычисляем плотность.

Мы измерили плотность сухого песка. Но песок содержит большое количество пустот, поэтому интересно также измерить среднюю плотность песчинки. Для этого нужно определить объём пустот в песке. Дольём в мерный стаканчик с песком достаточно много воды, чтобы уровень воды был выше уровня песка. Тогда часть воды заполнит пустоты в песке, а оставшаяся часть будет сверху над песком. Теперь можно определить, сколько воды впиталось в песок, и вычислить плотность песчинки.

2. Измерение диаметра футбольного мяча с помощью деревянной линейки

Трудность данной задачи заключается в том, что мяч не плоский, поэтому к мячу нельзя приложить линейку. Однако существует много интересных способов измерить диаметр мяча.

Один из возможных способов измерения следующий.

Нужно в солнечную погоду положить мяч на ровную поверхность. Тогда ширина тени от мяча будет равна его диаметру. Теперь осталось только линейкой измерить ширину тени.

Также можно использовать свет от лампочки, но нужно помнить, что свет от лампочки расходящийся. Поэтому размер тени всегда будет больше, чем размер мяча. Зато мяч можно расположить строго под лампочкой (или фонарём), тогда тень будет иметь круглую форму.

3. Измерение плотности снега

Для того чтобы измерить плотность снега, нужно отдельно измерить его массу и объём. Объём можно измерить с помощью мерного стаканчика. Чтобы измерить массу снега, можно растопить его и измерить объём получившейся воды. Плотность воды известна, поэтому, зная объём воды, можно вычислить её массу.

6. Инерция

6.1. ИНЕРЦИЯ И ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Хорошо известно, что сами по себе предметы не могут начать движение. Любое движение возникает в результате внешнего воздействия. Например, чтобы мяч полетел, нужно ударить по нему ногой. Для того, чтобы плыть на лодке, необходимо отталкиваться вёслами от воды. Величину воздействия описывают с помощью физической величины – **силы** (говорят, что к телу приложена сила).

Но движение, кажется, не может продолжаться бесконечно долго. Как бы сильно вы не ударили по мячу, он пролетит некоторое расстояние и остановится. Так же лодка всегда останавливается после того, как вы перестаете грести.

Древнегреческий учёный Аристотель объяснял это тем, что положение покоя относительно Земли (которую Аристотель считал центром Мира) является естественным. Соответственно движение относительно Земли является насильственным. Аристотель утверждал: **«Всё, что находится в движении, движется благодаря воздействию другого. Движущееся тело останавливается, если сила, его толкающая, прекращает своё действие»**.

Итальянский учёный Галилео Галилей, напротив, утверждал, что движущееся тело может остановиться только под действием внешних сил. По легенде Галилей наблюдал за движением планет в Солнечной системе. Он обратил внимание на то, что скорость вращения планет вокруг Солнца нисколько не замедляется. Анализируя эти наблюдения, Галилей пришёл к выводу, что **остановка или изменение скорости движения происходит лишь в результате внешнего воздействия на тело**.

Как вы считаете, кто из двух учёных оказался прав?

Давайте постараемся разобраться в этом вопросе. На самом деле каждое тело взаимодействует со многими другими, хотя мы часто этого не замечаем. Например, летящий мячик останавливается не сам по себе, а под действием силы сопротивления воздуха. Почувствовать эту силу вы можете во время езды на велосипеде или при спуске с горы на лыжах. Аналогично лодку останавливает сила сопротивления воды. Очевидно, что чем слабее внешнее воздействие, тем медленнее изменяется скорость

тела. А если внешние силы вообще отсутствуют, скорость тела будет оставаться постоянной. Это значит, что Галилей оказался прав.

Можно привести ещё одно важное соображение не в пользу представлений Аристотеля. Аристотель считал Землю центром Мира, центром Вселенной. Поэтому положение покоя относительно Земли, то есть относительно центра Мира, представлялось ему естественным состоянием тела. Однако сегодня мы знаем, что Земля – это всего лишь одна из огромного числа планет во Вселенной. У Вселенной нет чётко определённого центра, а это значит, что свободно движущееся тело просто не может знать, где ему следует остановиться!

Явление сохранения скорости тела в случае, если внешние воздействия на него отсутствуют или взаимно скомпенсированы, называется **инерцией** (с латинского «inertia» можно перевести как «бездеятельность»). Соответственно утверждение Галилея называют **законом инерции**. Более удачная формулировка этого закона была предложена Ньютоном и получила название **первого закона Ньютона**:

Любое свободное тело, на которое не действуют силы со стороны других тел, находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

Часто говорят: «Тело движется по инерции». Подумайте, что означает это выражение? Что можно сказать о движении по инерции?

Рассмотрим хорошо всем знакомый пример. Пусть автобус едет по ровной прямой дороге с постоянной скоростью. В таком случае пассажиры движутся с постоянной скоростью вместе с автобусом, и для этого им совершенно не приходится прикладывать силу. Но когда автобус начинает резко тормозить, пассажиры продолжают двигаться вперёд «по инерции». Поэтому для того, чтобы остановиться вместе с автобусом, пассажирам приходится держаться за поручни и прикладывать силу. Таким образом, движение пассажиров автобуса прекрасно согласуется с законом инерции.

Мы рассмотрели движение пассажиров в системе отсчёта Земли. Но мы уже знаем, что движение можно рассматривать в различных системах отсчёта. Например, можно рассмотреть движение пассажиров в системе отсчёта автобуса. Тогда во время торможения пассажиры начинают падать вперёд относительно автобуса, хотя никакие силы на них не действуют. Это рассуждение показывает, что в системе отсчёта автобуса закон инерции может не выполняться.

Важно понимать, что Галилей и Ньютон сформулировали закон инерции для движений относительно Земли. Систему отсчёта, связанную с Землёй, называют инерциальной, потому что в такой системе отсчёта закон

инерции выполняется. Соответственно, систему отсчёта автобуса называют неинерциальной. В дальнейшем мы будем рассматривать движение в инерциальных системах отсчёта, а про движение в неинерциальных системах отсчёта мы отдельно поговорим в главе 13.

Обсудим ещё один важный вопрос. Подбросьте теннисный мяч вертикально вверх. Очевидно, что мяч упадёт вам точно в руки. А что будет, если подбросить мяч в автобусе, который движется по прямой дороге с постоянной скоростью? Часто считают, что пока мяч будет находиться в воздухе, автобус успеет проехать на некоторое расстояние вперёд. Поэтому мяч упадёт сзади по ходу движения автобуса. Попробуйте проделать этот простой эксперимент, и вы с удивлением обнаружите, что мяч снова упадёт точно в руки. Дело в том, что, когда вы держите мяч в руках перед броском, он движется вместе с автобусом. Поэтому, когда вы подбросите мяч вверх, он по инерции будет продолжать двигаться вперёд.

Согласно закону инерции, чтобы изменить скорость тела, нужно приложить к нему внешнюю силу. Но даже под действием силы изменение скорости тела происходит не мгновенно. Свойство тела в большей или меньшей степени препятствовать изменению своей скорости при воздействии на него внешних сил называется **инертностью**. Мерой инертности в физике является масса тела. Поэтому чем тяжелее тело, тем сложнее изменить его скорость. Например, лёгкий мячик для настольного тенниса остановить значительно проще, чем тяжёлую гирю. Не следует путать инерцию и инертность. Инерция – это явление, а инертность – это характеристика тела.

В заключении разберём несколько увлекательных экспериментов, демонстрирующих справедливость закона инерции. Самый известный из них – это фокус, в котором скатерть сдёргивают со стола, не уронив стоящую на нём посуду. Чтобы понять идею этого фокуса, обсудим несколько вопросов.

Очевидно, что если вытягивать скатерть аккуратно, посуда будет двигаться вместе со скатертью. *Почему, если вытягивать скатерть быстрее, высокие предметы начинают падать?*

Для определённости представим себе высокий бокал. Со стороны скатерти на бокал действует сила, которая заставляет его двигаться вместе со скатертью. Эта сила приложена к ножке бокала. Поэтому ножка начинает двигаться, а верхняя часть бокала «по инерции» остаётся на месте, в результате бокал опрокидывается.

Что нужно сделать, чтобы не уронить бокал?

Чтобы фокус удался, нужно максимально уменьшить взаимодействие между посудой и скатертью. Для этого, в том числе, используют более гладкую шёлковую скатерть. Кроме того нужно очень быстро вытягивать

скатерть, правильнее будет сказать – сдёргивать, тогда скатерть будет взаимодействовать с бокалом в течение короткого промежутка времени и не успеет уронить его.

Есть несколько вариаций этого фокуса, которые можно проделать самостоятельно, не боясь разбить любимый мамин сервиз. Например, можно положить на край стола лист бумаги, а сверху поставить монетку на ребро (в более простом варианте можно вместо монетки использовать спичечный коробок). Теперь постарайтесь выдернуть лист достаточно быстро, так, чтобы монетка не упала.

Приведём ещё один красивый эксперимент.

Возьмём стеклянную бутылку, на горлышко бутылки аккуратно поставим обруч (например, деревянный обруч от пялец). Сверху на обруч поставим гвоздик, как показано на рисунке. Теперь попытайтесь достать обруч так, чтобы гвоздик упал точно в бутылку.

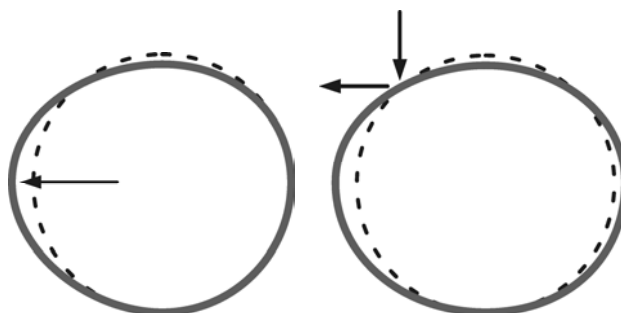
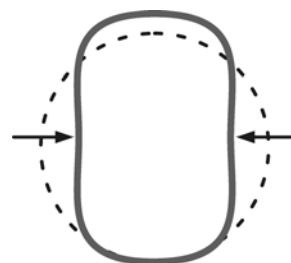
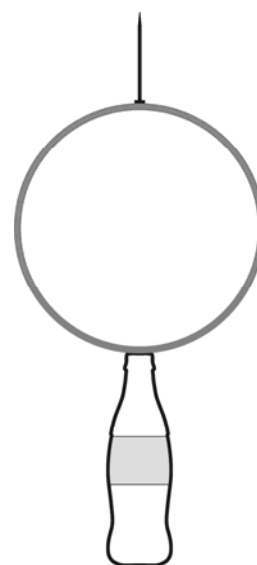
Представим себе, что обруч может в некоторый момент исчезнуть. Тогда гвоздик останется без опоры и упадёт прямо в бутылку. Кажется, что если обруч вытащить быстро, воздействие со стороны обруча на гвоздик будет малым. Поэтому гвоздик упадёт в бутылку.

Обычно пытаются выбить обруч сбоку, при этом гвоздик отлетает далеко в сторону.

Почему это происходит?

Когда ударяют сбоку по обручу, он вытягивается, как показано на рисунке, и подбрасывает гвоздик.

Очевидно, что обруч можно легко вытащить, если вначале немного сплющить его сверху. Можно предложить два способа это сделать. В первом варианте нужно резко ударить по обручу изнутри. От удара обруч сплющится, а гвоздик останется на месте. Затем мы выдернем обруч из-под гвоздика. Во втором варианте нужно надавить на обруч сверху и быстро выдернуть его вбок. Это можно сделать касательным ударом по обручу.



Существование инерции наглядно демонстрирует вращающийся волчок.

Если попытаться поставить невращающийся волчок, он теряет равновесие и падает. Но если волчок закрутить, он будет сохранять вертикальное положение.

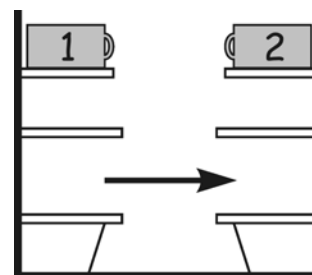
Почему это происходит?

Каждая точка волчка движется с большой скоростью. Для того чтобы повернуть волчок, нужно значительно изменить скорость каждой его точки. Поэтому волчок стремится сохранить направление оси вращения.

«Инерционные» задачи

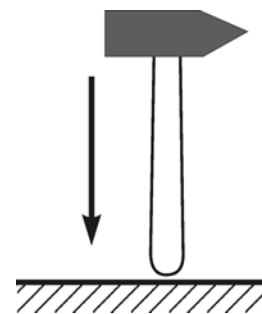
1. В кузове игрушечного грузовика стоит оловянный солдатик. Что произойдёт, если резко толкнуть грузовик вперёд?

2. Пассажир поезда положил свои чемоданы на полки и лёг спать. Какой чемодан упал с полки, когда поезд резко тронулся с места? Чемодан положили обратно, поезд разогнался, но вдруг резко затормозил. Какой чемодан упал с полки на этот раз? Направление движения поезда показано стрелкой.



3. Объясните, зачем опытный плотник дядя Вася иногда сильно ударяет ручкой молотка по столу.

Решение. Молоток состоит из железного бойка и деревянной ручки. Когда плотник ударяет ручкой по столу, она резко останавливается, а боек продолжает двигаться вниз по инерции и насаживается на ручку. Вероятно, боек молотка неплотно сидит на ручке. Поэтому плотник ударяет ручкой по столу, для того чтобы насадить боек.



4. В цирке существует известный номер: артист ложится на арену, сверху на него кладут большую плиту, а на плиту ставят тяжёлую наковальню. После этого ассистенты со всей дури бьют по наковальне тяжёлыми молотами. Почему артист относительно спокойно переносит данную процедуру? Какую роль во всём этом играет наковальня?

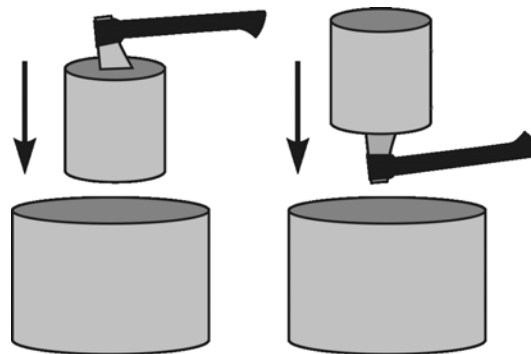


Решение. Оказывается, что чем тяжелее наковальня, тем слабее артист чувствует удары молотов по ней. Дело в том, что тяжёлая наковальня

обладает большой инертностью, поэтому такую наковальню сложнее заставить двигаться. Чем больше масса наковальни, тем меньшая часть энергии удара ей передаётся. Большая плита нужна для того, чтобы распределить вес наковальни по большей площади.

5. Опишите, как падает человек, когда поскользывается и спотыкается. Почему?

6. При колке дров можно вогнать топор в полено, а потом поступить одним из двух способов: ударить полено по колоде или перевернуть топор и ударить по колоде обухом топора. Объясните, почему работают оба эти способа. В каком случае эффективнее первый способ, а в каком второй?



7. Почему в старых велосипедах тормоз ставили только на заднее колесо? Что будет, если резко затормозить только переднее колесо велосипеда?

8. Гирька подвешена на тонкой ниточке. Снизу к гирьке привязана ещё одна такая же ниточка. Какая ниточка порвётся, если аккуратно тянуть за нижнюю ниточку? Что изменится, если резко дёрнуть за нижнюю ниточку?

Решение. Очевидно, что нижнюю ниточку растягивает только приложенная сила, а верхнюю дополнительно растягивает сила тяжести гирьки. Поэтому если аккуратно потянуть за нижнюю ниточку, то порвётся верхняя ниточка. Но если резко дёрнуть за нижнюю ниточку, верхняя ниточка останется целой, а нижняя порвётся. Перед тем, как порваться, ниточка вначале немного растягивается. Из-за инертности гирька не успевает значительно сдвинуться и растянуть верхнюю ниточку. Поэтому верхняя ниточка остаётся целой.

9. Очистить ковёр от пыли можно двумя разными способами: взять ковёр за один край и сильно встряхнуть или повесить ковёр на турник и бить по нему палкой. Объясните, почему ковёр очищается от пыли в каждом из этих случаев.

10. У колодца Егор резко вскидывает коромысло с полными вёдрами воды на плечо, и коромысло ломается, хотя до этого он много раз пользовался этим коромыслом для переноски таких же, и даже более тяжёлых вёдер. Почему коромысло сломалось?

11. Объясните, почему человек может бежать по очень тонкому льду, но не может стоять на нём, не проваливаясь.

12. Забить гвоздь в тонкую фанеру непросто, потому что при ударе молотком она пружинит. Но если с противоположной стороны фанеры подставить тяжёлый молоток, то гвоздь легко забивается в фанеру. Почему?

13. Пятачок едет в вагоне метро и держит за верёвочку лёгкий воздушный шарик, надутый гелием. Что произойдёт с шариком, когда поезд резко затормозит?

6.2. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЁТА

Галилей и Ньютон формулировали закон инерции для движений относительно Земли. Но, как мы уже знаем, движение можно рассматривать в различных системах отсчёта. В некоторых из них закон инерции не выполняется. Поэтому современная формулировка закона инерции звучит следующим образом:

Существуют такие системы отсчёта, относительно которых тело, при отсутствии на него внешних воздействий (или при их взаимной компенсации), сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Системы отсчёта, в которых выполняется закон инерции, называют инерциальными.

При каких условиях система отсчёта является инерциальной?

Чтобы ответить на этот вопрос, полезно проследить за мысленным экспериментом, предложенным Галилеем:

«Уединитесь с кем-либо из друзей в просторном помещении под палубой какого-нибудь корабля, запаситесь мухами, бабочками и другими подобными мелкими летающими насекомыми. Пусть будет у вас там также большой сосуд с водой и плавающими в нём маленькими рыбками. Подвесьте наверху ведёрко, из которого вода будет падать капля за каплей в другой сосуд с узким горлышком, подставленный внизу.

Пока корабль стоит неподвижно, наблюдайте прилежно, как мелкие летающие животные с одной и той же скоростью движутся во все стороны помещения; рыбы, как вы увидите, будут плавать безразлично во всех направлениях; все падающие капли попадут в подставленный сосуд, и вам, бросая какой-нибудь предмет, не придётся бросать его с большей силой в одну сторону, чем в другую, если расстояния будут одни и те же; и если вы будете прыгать сразу двумя ногами, то сделаете прыжок на одинаковое расстояние в любом направлении. Прилежно наблюдайте всё это, хотя у нас не возникает никакого сомнения в том, что, пока корабль стоит неподвижно, всё должно происходить именно так.

Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью, и тогда (если только движение будет равномерным и без качки в ту или другую сторону) во всех названных явлениях вы не обнаружите ни малейшего изменения и ни по одному из них не сможете установить, движется ли корабль или

стоит неподвижно. Прыгая, вы переместитесь по полу на то же расстояние, что и раньше, и не будете делать больших прыжков в сторону кормы, чем в сторону носа, на том основании, что корабль быстро движется, хотя за то время, как вы будете в воздухе, пол под вами будет двигаться в сторону, противоположную вашему прыжку, и, бросая какую-нибудь вещь товарищу, вы не должны будете бросать её с большей силой, когда он будет находиться на носу, а вы на корме, чем когда ваше взаимное положение будет обратным. Капли, как и ранее, будут падать в нижний сосуд, и ни одна не упадёт ближе к корме, хотя, пока капля находится в воздухе, корабль пройдёт много пядей. Рыбы в воде не с большим усилием будут плыть к передней, чем к задней части сосуда; настолько же проворно они бросятся к пище, положенной в какой угодно части сосуда. Наконец, бабочки и мухи по-прежнему будут летать во всех направлениях, и никогда не случится того, чтобы они собрались у стенки, обращённой к корме, как если бы устали, следуя за быстрым движением корабля, от которого они были совершенно обособлены, держась долгое время в воздухе.»

На основании этого мысленного эксперимента Галилей сформулировал принцип относительности:

Никакие механические эксперименты не дают возможности обнаружить прямолинейное и равномерное движение.

Это утверждение равносильно тому, что во всех системах отсчёта, которые движутся относительно Земли с постоянной скоростью (то есть равномерно и прямолинейно), выполняются все законы механики, которые справедливы в системе отсчёта Земли. Следовательно, все такие системы отсчёта являются инерциальными.

Более общий принцип относительности был сформулирован Эйнштейном. Согласно принципу относительности Эйнштейна **все физические процессы протекают в инерциальных системах отсчёта одинаково**. Принцип относительности Эйнштейна распространяется на все физические явления, а не только механические. Например, из принципа относительности следует, что во всех инерциальных системах скорость света одинакова.

Каждый день мы убеждаемся в справедливости принципа относительности, когда спускаемся или поднимаемся на лифте. Почувствовать движение лифта можно только в начале, когда лифт набирает скорость, и в конце, когда лифт останавливается. В остальное время, когда лифт едет с постоянной скоростью, мы совершенно не ощущаем этого.

Аналогично во время езды на автомобиле (по ровной дороге) мы чувствуем движение только при разгоне и торможении.

Раньше мы все задачи решали в системе отсчёта Земли. Но часто решение задачи в другой инерциальной системе отсчёта (которая движется относительно Земли с постоянной скоростью) оказывается более простым или менее громоздким. Выбор системы отсчёта всегда допускает некоторую свободу, но обычно удобно использовать систему отсчёта, в которой одно из тел покоится.

«Относительные» задачи

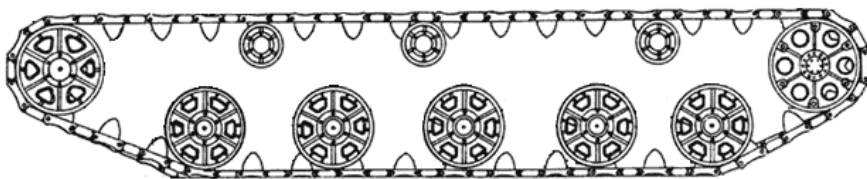
В качестве примера разберём задачу 1 из темы «Сложение скоростей».

1. Винни-Пух и Пятачок плыли на лодке по течению реки. Пятачок заснул и упал за борт, так и не проснувшись. Через $t = 1$ час Винни-Пух заметил отсутствие товарища и повернул назад. Он обнаружил спящего Пятачка на расстоянии $L = 1$ км от места падения. Найдите скорость течения реки.

Решение. Эту задачу проще всего решить в системе отсчёта реки, тогда Пятачок всё время спит на одном месте, а Винни-Пух в обе стороны плывёт с одинаковой скоростью. Очевидно, что Винни-Пух доплывёт до Пятачка через 1 час после разворота или через 2 часа после того, как Пятачок упал за борт. Отсюда сразу получаем, что скорость течения реки равна $0,5$ км/ч.

2. Автомобиль едет со скоростью v , с какой скоростью относительно земли движется верхняя точка колеса?

Решение. Вначале определим, с какой скоростью движется нижняя точка колеса. Оказывается, что при нормальной езде, когда колесо не проскальзывает относительно асфальта, нижняя точка колеса неподвижна относительно Земли. В это достаточно трудно поверить, поэтому в качестве примера рассмотрим движение гусеницы. Очевидно, что нижняя часть гусеницы неподвижна относительно Земли. Движение гусеницы происходит за счёт того, что в каждый момент времени задний кусочек гусеницы поднимается, а спереди часть гусеницы опускается на землю.



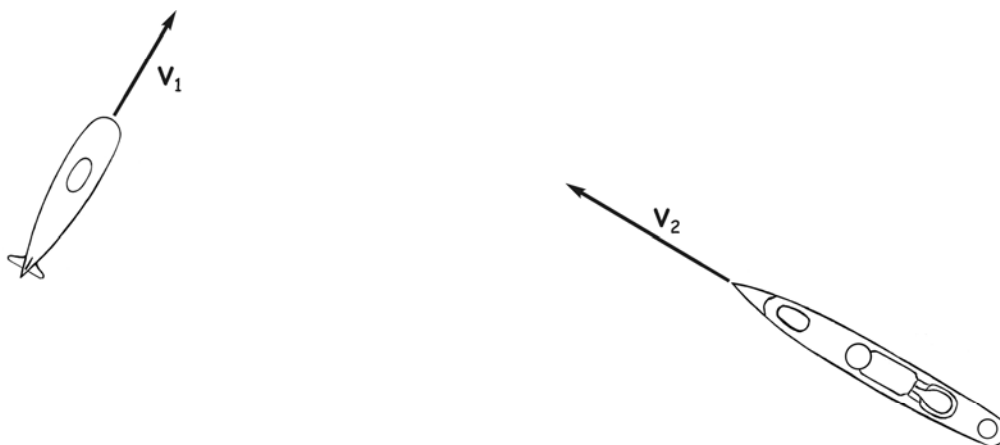
Но разве может одна точка автомобиля стоять на месте, когда весь автомобиль движется? Всё дело в том, что нижней все время оказывается разная точка колеса. Если мы маркером отметим на колесе определённую точку и будем следить за её движением, то мы увидим, как эта точка то

отстаёт от автомобиля, то обгоняет его. Но в среднем каждая точка на колесе движется с такой же скоростью, что и автомобиль.

Теперь рассмотрим движение колеса в системе отсчёта автомобиля. Чтобы перейти в эту систему отсчёта, нужно из скорости каждой точки вычесть скорость автомобиля v . Очевидно, что в системе отсчёта автомобиля центр колеса покоится, а верхняя и нижняя точки движутся с одинаковой по величине скоростью. Верхняя точка движется вперёд по направлению движения автомобиля, а нижняя – назад. Теперь учтём то, что в системе отсчёта Земли нижняя точка колеса покоится, следовательно в системе отсчёта автомобиля эта точка движется со скоростью v назад. Соответственно, верхняя точка колеса движется со скоростью v вперёд.

Мы нашли скорость верхней точки колеса в системе отсчёта автомобиля. Очевидно, что в такой системе отсчёта задача решается гораздо проще. Теперь перейдём обратно в систему отсчёта Земли, для этого нужно к скорости каждой точки добавить скорость движения автомобиля. Окончательно получаем, что относительно Земли верхняя точка колеса движется вперёд по направлению движения автомобиля со скоростью $2v$.

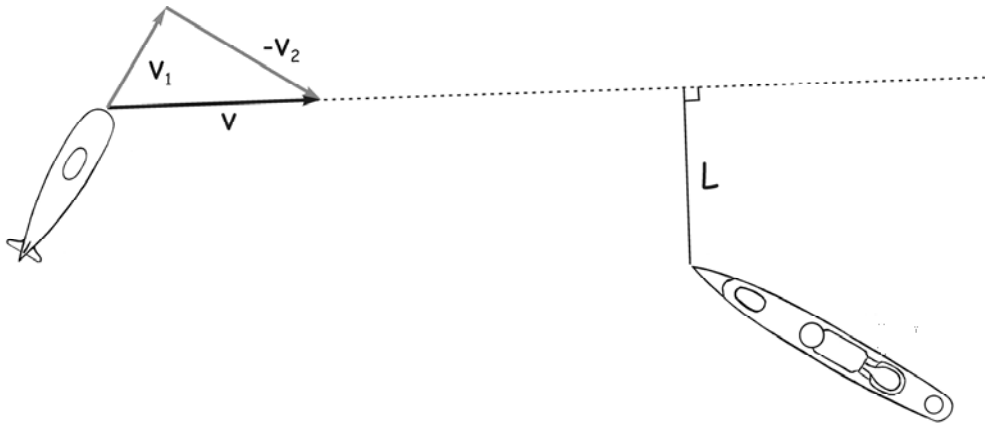
3. На рисунке показаны положения и скорости корабля и подводной лодки в некоторый момент времени. Известно, что корабль и лодка движутся с постоянными скоростями. Графически определите, каким будет минимальное расстояние между ними за время движения.



Решение. Можно нарисовать траектории корабля и подводной лодки. Это будут прямые линии, которые пересекутся в некоторой точке. Но это не значит, что корабль и лодка столкнутся, потому что они окажутся в этой точке в разные моменты времени.

Сложность данной задачи в том, что корабль и лодка движутся одновременно. Нетрудно догадаться, что задачу удобнее решать в такой системе отсчёта, в которой одно из тел покоится. Для определённости будем решать в системе отсчёта корабля. Чтобы перейти в эту систему отсчёта, нужно из скорости каждого тела вычесть скорость корабля.

В системе отсчёта, связанной с кораблём, корабль стоит на месте, а подводная лодка движется со скоростью v , которая равна векторной разности v_1 и v_2 . В системе отсчёта корабля лодка будет двигаться по прямой линии, показанной на рисунке пунктиром. Очевидно, расстояние от корабля до прямой и будет минимальным расстоянием между кораблём и подводной лодкой за всё время движения.

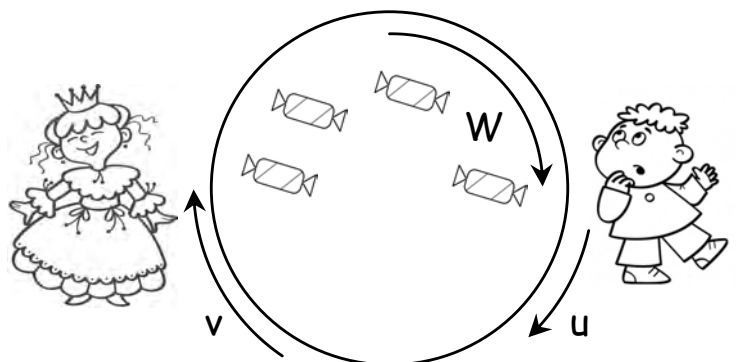


4. Егор и Олег опаздывают в школу и бегут по эскалатору. Известно, что Олег бежит быстрее, чем Егор. Кто из них насчитает больше ступенек?

5. Спортсмены бегут колонной длиной x с постоянной скоростью v . Навстречу им бежит тренер со скоростью u , меньшей v . Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать обратно с той же по модулю скоростью. Какой будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

Решение. Эту задачу проще всего решать в системе отсчёта тренера. Колонна спортсменов подбегает к тренеру со скоростью $v + u$. Добежав до тренера, каждый спортсмен разворачивается и бежит в обратном направлении со скоростью $v - u$. Если вначале длина колонны была равна x , то последний спортсмен добежит до тренера через время $\frac{x}{v + u}$ после первого. Соответственно, за это время первый спортсмен успеет пробежать расстояние $x \frac{v - u}{v + u}$ в обратном направлении. Это и будет длина колонны.

6. Маргарита позвала много гостей на день рождения, и ей нужно накрыть стол. Стол у Маргариты непростой, он все время вращается, чтобы каждый из гостей смог попробовать все вкусности. Скорость



вращения края стола равна W . Маргарита идёт вокруг стола со скоростью $v < W$ и раскладывает на нём по n конфет за время $t = 1$ мин. С другой стороны стола со скоростью $u < W$ идёт сладкоежка Вова и съедает все конфеты. Сколько конфет в минуту съедает Вова?

7. Мальчик ростом $h = 1,5$ метра идёт под фонарём, который висит на высоте $2h = 3$ метра. С какой скоростью перемещается тень мальчика, если он идёт со скоростью $v = 2$ м/с?

8. Чемпион мира по плаванию и начинающий пловец Егорка участвуют в соревновании по следующим правилам: по первому свистку судьи они прыгают с моста и плывут против течения реки, затем по второму свистку судьи они разворачиваются и плывут обратно, каждый с той же скоростью. Кто первым доплывёт до моста? (Считайте, что оба пловца плывут быстрее скорости течения.)

9. Лёгкий мячик при ударе об стенку отскакивает назад с такой же по величине скоростью. С какой скоростью он полетит, если по неподвижному мячику ударить ногой со скоростью v ?

Решение. Рассмотрим задачу в системе отсчёта ноги, тогда мячик налетает на ногу со скоростью v . Известно, что мячик лёгкий, поэтому будем считать, что он отскакивает от ноги, как от стенки. После удара об ногу скорость мячика также будет равна v , но будет направлена в противоположную сторону. В заключение нужно вернуться в систему отсчёта Земли, в которой скорость мячика будет равна $2v$.

7. Сила

7.1. ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Если на неподвижное тело не действуют внешние силы, то по закону инерции оно будет сохранять состояние покоя. Но «укрыться» от действия всех внешних сил ещё никому не удавалось. Поэтому, если неподвижное тело сохраняет состояние покоя, значит, все действующие на него внешние силы скомпенсированы. Равенство нулю суммы всех действующих на тело внешних сил называют **условием равновесия тела**.

Замечание. При сложении сил важно учитывать не только их величину, но и направление. Например, в знаменитой басне лебедь, рак и щука тянут воз в разные стороны. Силы героев басни компенсируют друг друга. Поэтому, как известно, «воз и ныне там».

А что будет в случае, если на тело действует нескомпенсированная внешняя сила? Будем считать, что она постоянна по величине и направлению. Очевидно, что под действием внешней силы скорость тела будет изменяться.

Чтобы понять, как изменение скорости связано с величиной силы, ответим на следующий вопрос: *от каких физических величин может зависеть изменение скорости тела в результате действия на него силы?*

Во-первых, очевидно, что тяжёлое тело сложнее заставить двигаться. Поэтому изменение скорости должно зависеть от массы.

Во-вторых, даже большая сила не может мгновенно изменить скорость тела. Скорость под действием силы изменяется постепенно, поэтому изменение скорости должно зависеть от времени воздействия.

А зависит ли изменение скорости от величины скорости?

Как мы знаем, движение можно рассматривать в различных системах отсчёта. Согласно принципу относительности во всех инерциальных системах отсчёта формула для изменения скорости выглядит одинаково. Очевидно, что в различных инерциальных системах отсчёта величина начальной скорости тела будет различной, однако изменение скорости тела

во всех инерциальных системах отсчёта будет одинаковым. Отсюда следует, что изменение скорости не зависит от её величины.

Вы можете возразить, что автомобиль на небольшой скорости разгоняется легко. Но чем больше становится скорость автомобиля, тем медленнее он набирает скорость. Наконец, автомобиль достигает максимальной скорости, двигатель продолжает работать и толкать автомобиль вперёд, но скорость не увеличивается!

Почему в этом случае изменение скорости зависит от скорости автомобиля? Что мешает автомобилю разгоняться дальше?

В системе отсчёта автомобиля воздух движется назад со скоростью, равной скорости автомобиля относительно Земли. Даже при сравнительно небольшой для автомобиля скорости, около 120 км/ч скорость встречного потока воздуха равна скорости ветра при урагане! Сила сопротивления воздуха быстро возрастает с увеличением скорости автомобиля, поэтому при движении на высокой скорости двигателю приходится тратить значительную часть мощности на преодоление сопротивления воздуха. Поэтому чем больше скорость автомобиля, тем медленнее он разгоняется.

Итак, чем больше сила и чем дольше она действует, тем больше будет изменение скорости, а чем больше масса тела, тем изменение его скорости меньше. Согласно **второму закону Ньютона**, изменение скорости тела под действием силы пропорционально величине силы, времени воздействия и обратно пропорционально массе. Запишем это с помощью формулы.

$$\Delta v = \frac{F \cdot t}{m}$$

Здесь значок Δ (это греческая буква дельта) обозначает изменение, поэтому Δv – это изменение скорости тела под действием силы F . Обратите внимание, мы никак не доказали эту формулу, а лишь привели соображения, почему с точки зрения здравого смысла зависимость должна быть именно такой.

Мы знаем, что скорость имеет величину и направление. Также сила имеет не только величину, но и направление. Изменение скорости тела Δv направлено так же, как и действующая сила.

В честь английского физика Исаака Ньютона, сформулировавшего законы движения, единица измерения силы в системе СИ называется ньютоном (обозначается большой буквой Н).

Выразите ньютон через основные единицы системы СИ.

Формулу $\Delta v = \frac{F \cdot t}{m}$ можно переписать в виде $F = \frac{m \cdot \Delta v}{t}$. Отсюда следует, что единица измерения силы – это килограмм, умноженный на метр в секунду и поделённый на секунду, или $1\text{Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

Выше мы говорили о воздействии одного тела на другое. Однако воздействие не бывает односторонним. Всегда два тела одновременно воздействуют друг на друга, поэтому говорят о взаимодействии между двумя телами. Согласно **третьему закону Ньютона**:

Силы, с которыми два тела воздействуют друг на друга, равны по модулю и противоположны по направлению.

Легко запомнить краткую формулировку этого закона: «**Сила действия равна силе противодействия**».

В справедливости третьего закона Ньютона легко убедиться на нескольких простых примерах.

Когда на перемене один шестиклассник врзается в другого, у обоих на лбу появляются шишки.

Когда вы стреляете из пистолета, то чувствуете силу отдачи. Ровно такая же по величине и толкающая вперёд сила действует на вылетающую пулю и разгоняет её.

Когда человек выпрыгивает из лодки на берег, он толкается в сторону берега, а лодка отплывает назад.

При игре в бильярд, когда один шар ударяет другой точно в центр, первый шар останавливается, а второй начинает катиться. На оба шара действует одинаковая сила, поэтому по величине изменение скорости шаров одинаково. Но если первый шар останавливается (сила на него действует назад), то второй начинает катиться со скоростью первого шара вперёд (на него во время столкновения сила действует вперёд).

Наконец, каждый из вас притягивается к Земле с довольно большой силой. Но оказывается, что Земля также притягивается к вам с точно такой же по величине силой! Тогда почему Земля не отскакивает каждый раз, когда мы подпрыгиваем? Дело в том, что масса Земли приблизительно в 10^{23} раз больше массы человека, поэтому, даже если все население Земли будет подпрыгивать одновременно, они смогут сообщить Земле лишь очень незначительную скорость.

«Сильные» задачи

1. Какие законы физики сумел нарушить Барон Мюнхгаузен, когда вытянул себя за волосы из болота?

Решение. Мюнхгаузен нарушил закон инерции, согласно которому вытащить его из болота может только внешняя сила. Сила, с которой Мюнхгаузен вытягивал себя за волосы, является внутренней силой. Согласно 3-му закону Ньютона, со стороны волос на руку действует такая же по величине сила, но направленная вниз. Поэтому суммарная сила, действующая на Мюнхгаузена, равна нулю.

2. Дедка тянет за репку с силой 100 Н, бабка держится за дедку и тянет с силой 50 Н, внучка – за бабушку с силой 30 Н, Жучка – за внучку с силой 10 Н, кошка – за Жучку с силой 5 Н, мышка – за кошку с силой 1 Н. С какой силой они вместе тянут за репку?

Подсказка. Подумайте, какие силы действуют на репку.

3. Поезд массой 500 т под действием силы 10^5 Н остановился за 1 минуту. Найдите начальную скорость поезда.

Решение. Мы знаем, что изменение скорости поезда связано с действующей на него силой, массой поезда и временем действия силы выражением

$\Delta v = \frac{F \cdot t}{m}$. В этом выражении нам известны все величины. В конце поезда остановился, поэтому начальная скорость поезда равна изменению скорости. Отсюда получаем, что начальная скорость поезда равна

$$\Delta v = \frac{10^5 \text{ Н} \cdot 60 \text{ с}}{500000 \text{ кг}} = 12 \text{ м/с}.$$

4. Болид Формулы-1 разгоняется до скорости 100 км/ч всего за 2 секунды. Вычислите среднюю силу, действующую на машину во время разгона. Известно, что масса болида равна 550 кг.

5. Отличница Маша и хулиган Вовочка стояли на идеально гладком льду. Затем Вовочка толкнул Машу и она заскользила по льду со скоростью $v = 5$ м/с. С какой скоростью заскользил по льду сам Вовочка? Известно, что масса Маши $m = 30$ кг, а масса Вовочки $M = 50$ кг.

Решение. Скорость Маши после взаимодействия с Вовочкой можно выразить как $v = \frac{F \cdot t}{m}$, где F - средняя величина силы, с которой Вовочка толкал Машу, а t – время взаимодействия между ребятами. Домножим на массу и получим, что $mv = F \cdot t$.

В каждый момент времени действующие на Машу и Вовочку силы равны по величине и противоположны по направлению. Также одинаково время взаимодействия. Следовательно, для Вовочки величина $F \cdot t$ за все время взаимодействия такая же по величине и противоположная по направлению. Обозначим скорость Вовочки u , тогда $Mu = -F \cdot t$, или $Mu = -mv$. В

этом выражении знак «минус» обозначает, что скорость Вовочки направлена противоположно скорости Маши и равна 3 м/с.

6. Почему если выпрыгивать из лодки на берег, лодка отплывает назад? Из какой лодки проще выпрыгивать, лёгкой или тяжёлой?

7. С какой максимальной скоростью может ехать игрушечная машинка, если максимальная сила тяги, которую может развить двигатель, равна $F_{\max} = 10$ Н, а сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости с коэффициентом $k = 3$ кг/с? (Сила сопротивления по величине равна $F = kv$ и направлена противоположно скорости машинки).

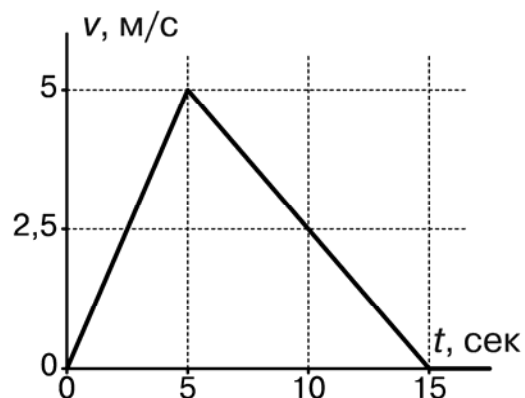
Решение. Пусть машинка едет со скоростью v , тогда на неё действует сила сопротивления воздуха, равная kv . По условию задачи двигатель не может развивать силу тяги, большую чем F_{\max} . Максимальную скорость машинки можно найти из условия равенства максимальной силы тяги и силы сопротивления воздуха при максимальной скорости $F_{\max} = kv_{\max}$. Отсюда максимальная скорость машинки $v_{\max} = \frac{F_{\max}}{k} = \frac{10 \text{ Н}}{3 \text{ кг/с}} = 3,3 \text{ м/с}$.

8. На парашют действует сила сопротивления воздуха, которая пропорциональна квадрату скорости с коэффициентом 24 кг/м. С какой скоростью будет спускаться парашютист массой 60 кг?

9. На рисунке показан график зависимости скорости лыжника от времени. Вначале лыжник толкался с постоянной силой, а затем некоторое время катился по инерции. Найдите силу сопротивления, действующую на лыжника, и силу, с которой лыжник отталкивался. Масса лыжника вместе со всей экипировкой равна 50 кг.

Решение. На участке пути от пятой до пятнадцатой секунды лыжник останавливался из-за действующей на него силы сопротивления. За 10 секунд скорость лыжника массой 50 кг уменьшилась на 5 м/с. Следовательно, действующая на лыжника сила сопротивления равна

$$F = \frac{m \Delta v}{t} = \frac{50 \text{ кг} \cdot 5 \text{ м/с}}{10 \text{ с}} = 25 \text{ Н}.$$



В течение первых пяти секунд на лыжника действуют две силы – сила, с которой он отталкивается, и сила сопротивления. Суммарная сила разгоняет лыжника до скорости 5 м/с за 5 секунд, следовательно суммарная сила равна 50 Н. Очевидно, что сила сопротивления равна 25 Н и направ-

лена противоположно направлению движения, поэтому сила отталкивания равна 75 Н.

10. Автомобиль едет по горизонтальному участку дороги с постоянной скоростью v . В некоторый момент пошёл снег. Считайте, что снежинки падают вертикально, а все попадающие на автомобиль снежинки к нему прилипают. Известно, что за время t на автомобиль падает N снежинок массой m каждая. На сколько нужно увеличить силу тяги для того, чтобы скорость движения не изменилась?

11. Мальчик запустил в озеро бумажный кораблик. На кораблик действует сила сопротивления воды, пропорциональная скорости кораблика $F = -kv$. Здесь знак минус показывает, что сила сопротивления направлена противоположно скорости. Начальная скорость кораблика равна v_0 . Найдите расстояние, которое проплывёт кораблик до момента остановки.

7.2. СИЛА ТЯЖЕСТИ

Хорошо известно, что все тела притягиваются к Земле. Древнегреческий учёный Аристотель считал падение тел на Землю естественным движением тяжёлых тел к центру Мира. По мнению Аристотеля, такое движение не нуждается в силе. Но мы уже знаем, что без внешних сил тело не будет изменять свою скорость, а значит, не будет падать. Поэтому мы можем сделать вывод, что существует сила, которая притягивает тела к Земле. Эта сила называется силой **тяжести**.

Кроме того, по мнению Аристотеля, тяжёлое тело должно падать быстрее. Поэтому два сложенных вместе кирпича будут падать вдвое быстрее, чем один. Галилео Галилей экспериментально проверил это рассуждение Аристотеля. Он исследовал падение тел со знаменитой Пизанской башни и установил, что время падения тела не зависит от его размеров и массы. Это кажется удивительным, ведь тяжёлые тела притягиваются к Земле сильнее. Однако мы с вами уже знаем, что тяжёлые тела обладают большей инертностью, поэтому их сложнее заставить двигаться.

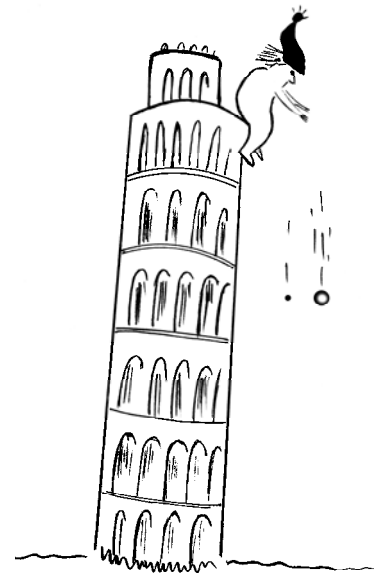
В рассуждениях Аристотеля все же есть доля правды, часто лёгкие тела действительно падают медленнее из-за действия на них силы сопротивления воздуха. Например, гусиное пёрышко падает медленнее, чем металлический шарик, но если поместить их в закрытую колбу и откачать из колбы воздух, то шарик и пёрышко будут падать с одинаковой скоростью.

В 1971 году американский астронавт Дэвид Скотт показал, что на Луне, где нет атмосферы, а значит и сопротивления воздуха, лёгкое пёрышко и тяжёлый молоток падают с одинаковой скоростью. Этим экспериментом он подтвердил выводы Галилея.

Теперь мы знаем, что под действием силы тяжести тела разной массы падают с одинаковой скоростью. Согласно 2-му закону Ньютона скорость тела при падении пропорциональна силе тяжести, времени падения и об-

ратно пропорциональна массе тела $v = \frac{F_{\text{тяж}} \cdot t}{m}$.

При каком условии два тела разной массы будут падать с одинаковой скоростью? Для этого нужно, чтобы отношение силы тяжести к массе было одинаковым. Следовательно, действующая на некоторое тело сила тя-



жести должна быть пропорциональна массе этого тела $F_{\text{тяж}} = mg$. В этом выражении m – масса тела, а величина g называется **ускорением свободного падения** (дочитав до конца книги, вы поймёте, почему эту величину называют именно так).

В каких единицах измеряются сила тяжести и ускорение свободного падения в системе СИ?

Сила тяжести, впрочем как и любая сила, измеряется в ньютонах. Из формулы $F_{\text{тяж}} = mg$ следует, что ускорение свободного падения можно измерять в Н/кг. Мы знаем, что ньютон можно выразить через килограммы, метры и секунды. Поэтому единицу измерения ускорения свободного падения можно представить как $1 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}$. Теперь сократим килограммы и окончательно получим, что единица измерения ускорения свободного падения в системе СИ может быть представлена как 1 м/с^2 .

Мы помним, что сила характеризуется величиной и направлением. Конечно, сила тяжести не исключение, она всегда направлена вниз к центру Земли, так же как и ускорение свободного падения. Средняя величина ускорения свободного падения на поверхности Земли равна $9,8 \text{ м/с}^2$. Однако в разных местах оно немного отличается, из-за вращения Земли ускорение свободного падения на экваторе немного меньше $g = 9,78 \text{ м/с}^2$, а на полюсах больше $g = 9,83 \text{ м/с}^2$. При решении задач мы не будем стремиться как можно точнее рассчитать траекторию движения тела, поэтому для удобства вычислений мы будем считать $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Но если на каждого из нас действует сила тяжести, тогда почему мы не движемся вниз под действием этой силы и не проваливаемся под землю? Потому, что стоим на полу. Сила, с которой мы давим на пол называется **весом**. Со стороны пола на нас действует сила, которая по величине равна весу и направлена вверх. Эта сила называется силой реакции опоры и обычно обозначается большой буквой N . По третьему закону Ньютона вес тела и сила реакции опоры равны по величине и направлены в противоположные стороны, поэтому они компенсируют друг друга.

Кстати, вес тела не всегда равен силе тяжести.

Подумайте, в каких случаях вес будет больше или меньше силы тяжести.

Часто вес путают с массой тела. Строго говоря, неправильно спрашивать, сколько человек весит, нужно спрашивать, чему равна его масса. Но так никто не делает. Отчасти эта путаница связана с тем, что массу измеряют на весах. То есть вначале измеряют вес тела, а затем делят результат на ускорение свободного падения g . Поэтому пружинные и электронные весы правильно показывают массу только на Земле. Если такие весы

привезти на Луну, где ускорение свободного падения примерно в 6 раз меньше, то показания весов будут в 6 раз меньше истинного значения массы. Кстати, рычажные весы непосредственно сравнивают вес тела с весом эталонных гирек. Поскольку на Луне вес гирек также уменьшится, рычажные весы будут работать даже на Луне.

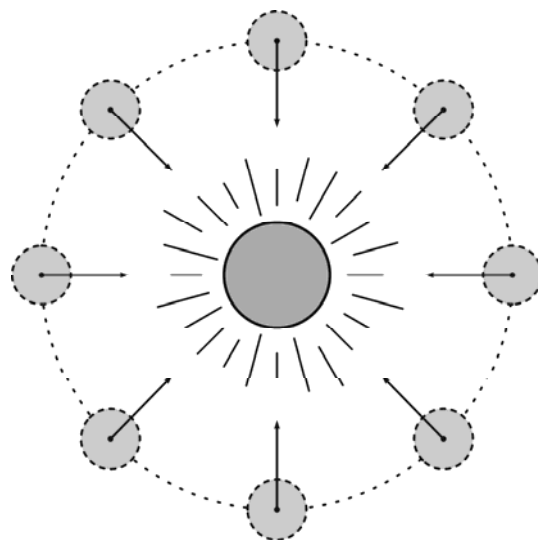


Во многих задачах полезно нарисовать картинку, на которой принято указывать все действующие на тело силы. Для этого рисуют жирную точку в месте приложения силы: если сила приложена ко всему телу, то точку ставят в середине тела (в центре масс). Из точки рисуют стрелку, направление которой показывает направление действия силы. Длина стрелки качественно показывает величину силы – чем больше сила, тем длиннее должна быть стрелка.

На рисунке сила тяжести обозначена как mg и направлена вниз; эта сила приложена в равной степени ко всем точкам тела, поэтому точка приложения силы находится в центре тела. Также на рисунке показана сила реакции опоры N . Она приложена в месте соприкосновения с полом и направлена вверх. Если в задаче важно учитывать силу тяжести, принято сбоку от картинку показывать направление силы тяжести.

Легко поверить в то, что Земля притягивает предметы, которые находятся на её поверхности. Но трудно себе представить, как Солнце может притягивать планеты, которые расположены на огромном расстоянии от него. Например, Галилей так и не сумел понять, что заставляет планеты вращаться вокруг Солнца. Он считал, что «круговое движение естественно присуще телам, составляющим Вселенную». То есть Галилей считал, что для планет справедливы совершенно иные законы движения, чем для обычных земных тел.

По легенде Исаак Ньютон, сидя в саду, размышлял о том, что заставляет Луну вращаться вокруг Земли и увидел падающее яблоко. Он подумал, что если сила тяжести действует на яблоко, которое висит высоко на дереве, то возможно сила тяжести действует и на Луну. Ньютон первым догадался о том, что сила притяжения, аналогичная силе тяжести, действует между любыми двумя телами. Это объясняет, почему Луна вращается вокруг Земли, а планеты вращаются вокруг Солнца.



Ньютон проанализировал наблюдения немецкого астронома Иоганна Кеплера и понял, что действующая между телами сила гравитационного притяжения пропорциональна массам этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. В этом выражении величина G называется гравитационной постоянной и равна $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{М}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$.

Но вот вопрос: почему же планеты до сих пор не упали на Солнце? Ответ в том, что планеты вращаются вокруг Солнца. В каждый момент времени сила притяжения направлена строго к центру Солнца. Но во время вращения положение планеты изменяется, а вместе с ним изменяется направление силы притяжения.

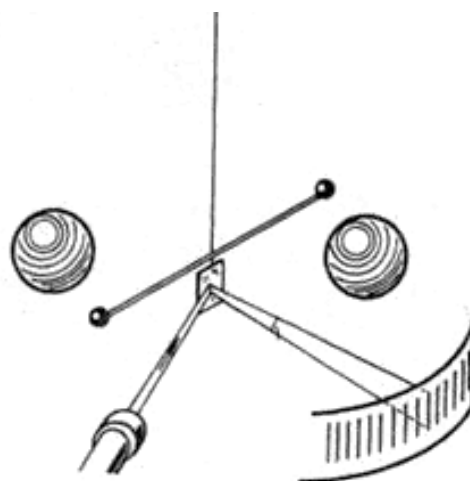
Силы притяжения в противоположных точках орбиты равны по величине и противоположны по направлению. Можно сказать, что они компенсируют друг друга. За время полного оборота планеты вокруг Солнца сила притяжения оказывается одинаковое время направленной во все стороны, поэтому средняя (с учётом направления) сила притяжения планеты к Солнцу равна нулю.

Оцените величину силы гравитационного притяжения, которая действует между Вами и Вашим соседом по парте.

Силы гравитации очень слабые, сила гравитационного притяжения между телами обычных размеров очень мала, поэтому мы просто не замечаем действия этой силы. Например, два школьника, сидящие за одной партой на расстоянии один метр друг от друга, притягиваются с силой около 10^{-7} Н. Эта сила ничтожно мала и никак не может повлиять на человека. Однако, если мы представим, что эти два школьника находятся в космосе, где нет никаких сил сопротивления движению, то за первый час они приблизятся друг к другу на 4 см, в течение следующего часа они сблизятся ещё на 16 см, а столкнутся они только через три с половиной часа.

В 1788 году английский физик Генри Кавендиш экспериментально измерил силу притяжения между свинцовыми шарами. Проведённый им эксперимент получил название «Взвешивание Земли».

Кавендиш сконструировал специальные крутильные весы, схема которых показана на рисунке. Маленькие шары массой m под действием силы



гравитации притягиваются к большим шарам массой M . Поворот весов фиксируется с помощью отклонения луча света небольшим зеркальцем. Далее по величине угла поворота вычисляется сила притяжения, действующая между шарами. Этот эксперимент впервые позволил узнать величину гравитационной постоянной и массу Земли.

«Тяжёлые» задачи

1. Сможет ли нечистая сила величиной 1000 ньютонов голыми руками поднять из гроба покойника, масса которого 120 кг?

2. Маленький Антошка пытается поднять новогодний подарок массой 10 кг, однако сила Антошки равна всего 60 Н. Сможет ли Антошка поднять подарок? Найдите силу реакции опоры, которая действует на подарок со стороны пола, когда его поднимает Антошка.

Решение. Сила тяжести подарка равна 100 Н, поэтому сил Антошке не хватит. Если Антошка тянет подарок вверх с силой 60 Н, то сила реакции опоры, действующая на подарок, равна 40 Н и также направлена вверх.

3. Винни-Пух, масса которого $M = 60$ кг, держит в руках горшочек мёда массой $m = 10$ кг. Какие силы действуют на Винни-Пуха? Чему они равны по величине и как направлены? Сделайте картинку.

4. Во время прыжка парашютист массой 75 кг спускается с постоянной скоростью, равной 6 м/с. Найдите силу сопротивления воздуха, действующую на парашют.

5. Винни-Пух на воздушном шарике полетел за мёдом на самую вершину высокого превысокого дуба. Какую скорость набрал Винни-Пух за первую секунду после того, как Пятачок прострелил шарик? Считайте, что Винни-Пух не ударялся об ветки во время падения.

Решение. Винни-Пух падает под действием силы тяжести. Скорость Винни-Пуха во время падения можно выразить как $v = \frac{Ft}{m}$, здесь F – сила

тяжести Винни-Пуха. Поэтому $v = \frac{mg \cdot t}{m} = gt$. Следовательно, за первую секунду падения Винни наберёт скорость 10 м/с.

6. Две дождевые капли падают с установившейся скоростью. Известно, что капли имеют сферическую форму и диаметр одной из капель в 4 раза больше, чем другой. Во сколько раз отличаются скорости падения

капель? Сила сопротивления воздуха пропорциональна площади сечения капли и квадратично зависит от скорости.

7. Зная, что гравитационная постоянная $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$,

а средний радиус Земли $R = 6371$ км, вычислите массу Земли.

8. Лёша очень любит путешествовать и всегда берет с собой чашечные весы и набор гирек. Зимой Лёша с папой поехал на северный полюс, где ускорение свободного падения равно $9,83 \text{ м/с}^2$. На полюсе Лёша уравновесил учебник физики грузиками массой 200 г. Летом Лёша поехал с мамой в Африку, где ускорение свободного падения равно $9,78 \text{ м/с}^2$. Какой будет масса грузиков, уравновешивающих учебник физики в Африке?

9. Мудрая Сова сказала, что на Луне тела весят примерно в 6 раз меньше, чем на Земле. На Земле пробка вылетает из игрушечного ружья со скоростью 5 м/с . Помогите Кролику рассчитать, с какой скоростью пробка будет вылетать из ружья на Луне. Считайте, что на Луне ружья заряжают тем же количеством пороха, что и на Земле.

10. Во время одного из своих многочисленных приключений Барон Мюнхгаузен привязал конец верёвки к Луне и спустился по ней на Землю. В чём главная физическая несуразность такого передвижения?

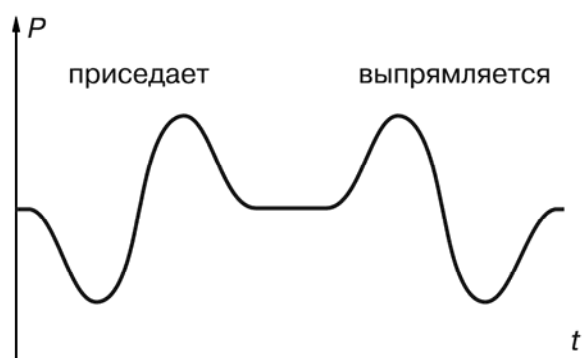
11. Почему космонавты на орбитальной станции находятся в состоянии невесомости? Действует ли на них сила притяжения Земли?

Решение. Сила тяжести притягивает к Земле и космонавтов, и орбитальную станцию. Поэтому космонавты вместе со станцией всё время падают на Землю. Но из-за большой скорости движения станции это падение сводится к вращению станции вокруг Земли. Мы знаем, что все тела падают на Землю с одинаковой скоростью. Поэтому во время полёта по орбите космонавты не действуют на станцию, аналогично человек в падающем лифте ничего не весит.

12. Ракета-носитель стартует с космодрома и вначале взлетает вертикально. При этом вес космонавтов увеличивается приблизительно в 2 раза. Какую скорость набирает ракета за секунду такого полёта?

13. Человек, стоя на весах, сначала присел, а затем выпрямился. Нарисуйте примерный график показаний весов от времени.

Решение. Чтобы начать приседать, человек уменьшает силу давления на опору, эта сила становится меньше



силы тяжести, и человек начинает опускаться. В конце приседания человек должен остановиться, для этого сила реакции опоры должна быть больше силы тяжести человека. Аналогично, когда человек выпрямляется. Примерный график показаний весов приведён на рисунке.

14. В закрытой банке спят мухи. Банку взвесили, а затем встряхнули. От этого мухи проснулись и начали летать. Теперь банку ещё раз взвесили. Как изменились показания весов?

Решение. На первый взгляд кажется, что сила тяжести мух перестанет действовать на банку, поэтому вес банки должен уменьшиться. Но давайте задумаемся, какая сила удерживает муху в воздухе во время полёта? Это сила, которая действует на крылья мухи со стороны воздуха. По 3-му закону Ньютона муха с равной по величине силой действует на воздух и создаёт воздушные потоки, направленные вниз. А потоки воздуха действуют на банку. Поэтому показания весов не изменятся.

Можно рассуждать и по-другому. На банку с мухами действует только одна внешняя сила – это сила тяжести. Поскольку банка закрытая, все силы, которые действуют внутри банки с мухами, являются внутренними. В соответствии с 3-м законом Ньютона сумма всех внутренних сил в точности равна нулю, следовательно вес банки не изменится.

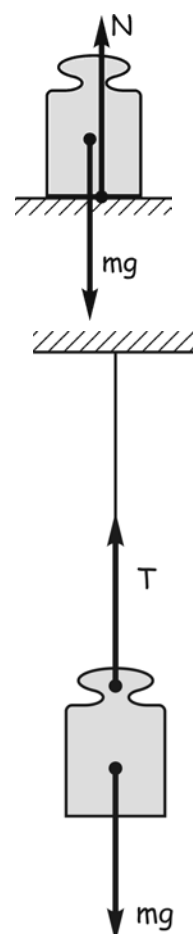
7.3. СИЛЫ НАТЯЖЕНИЯ И УПРУГОСТИ

Представим себе гирьку массой 100 грамм. Сила тяжести такой гирьки равна 1 Н и направлена вниз. Когда гирька стоит на столе, сила тяжести уравнивается силой реакции опоры N , которая равна 1 Н и направлена вверх.

Теперь подвесим гирьку на верёвочке. На гирьку больше не действует сила реакции опоры со стороны стола. Но тогда почему гирька не падает под действием силы тяжести?

Сила тяжести гирьки растягивает верёвочку, которая передаёт эту силу в точку подвеса. В точке подвеса верёвочки возникает сила реакции опоры, которая численно равна весу гирьки и направлена вверх. Эта сила растягивает верхний конец верёвочки, а верёвочка передаёт силу реакции опоры гирьке.

В результате на гирьку действует сила со стороны верёвочки, которая называется **силой натяжения** и обозначена на рисунке буквой T (от английского слова «tension» – «натяжение»). Сила натяжения численно равна весу гирьки и направлена вертикально вверх.



В задачах мы будем считать верёвочки идеальными, то есть невесомыми и нерастяжимыми. Такая верёвочка всег-да натянута строго по прямой (реальные верёвки могут провисать под действием собственной силы тяжести). Кроме того, идеальная верёвочка в каждой точке натянута с одинаковой силой, поэтому можно говорить просто о силе натяжения верёвочки.

Рассмотрим важный пример. Пусть Влад с силой 100 Н тянет за один конец верёвки, второй конец которой привязан к дереву. Очевидно, что в этом случае сила натяжения верёвки равна 100 Н.

Теперь рассмотрим случай, когда за один конец верёвки тянет Влад, а за второй – Гоша, оба с силой 100 Н. Часто ошибочно считают, что ребята вместе натягивают верёвку с силой 200 Н. Однако, это не так. Давайте разберёмся, почему в этом случае силы ребят не складываются.

Вначале заметим, что невозможно натянуть верёвку, если её второй конец не закреплён. Когда Влад натягивал верёвку, привязанную к дереву, на закреплённый конец верёвки действовала сила со стороны дерева, равная 100 Н.

Вернёмся к случаю, когда Влад и Гоша тянут за разные концы верёвки. Влад тянет за верёвку с силой 100 Н, верёвка передаёт эту силу Гоше. Поэтому на Гошу со стороны верёвки действует сила 100 Н. Аналогично Гоши с помощью верёвки тянет Влада с силой 100 Н. Таким образом, на каждого из ребят со стороны верёвки действует сила 100 Н. А это значит, что сила натяжения верёвки равна 100 Н. Для того чтобы натянуть верёвку с силой 200 Н, Влад и Гоша должны вместе тянуть за один конец верёвки, которая вторым концом привязана к дереву.

В отличие от верёвок, резинки и пружины растягиваются под действием приложенной силы. Изменение формы тела под действием силы называют **деформацией**. Пружины и резинки деформируются упруго, это значит, что они возвращаются к начальной длине после того, как прекращается действие силы. Сила, которая возникает в растянутой пружине, называется силой упругости. Эта сила направлена противоположно растяжению и стремится сжать пружину.

Английский физик Роберт Гук установил, что при достаточно малых деформациях сила упругости пропорциональна растяжению $F = k \cdot \Delta x$. Это выражение называется законом Гука, здесь Δx – удлинение пружины или резинки, а коэффициент пропорциональности k называется **жёсткостью**.

Подумайте, в каких единицах измеряется жёсткость в системе СИ.

Из закона Гука видно, что жёсткость равна отношению силы натяжения к удлинению пружины. Поэтому в СИ жёсткость измеряется в Н/м.

Закон Гука справедлив не только для растяжений, но и для всех видов упругой деформации, например, для деформаций кручения и изгиба.

Если деформированное тело не восстанавливает форму после прекращения действия силы, то деформация называется неупругой, или пластической. Например, пластическая деформация наблюдается в пластилине или глине.

Интересно, а почему одни тела упругие, а другие пластичные?

«Жёсткие» задачи

1. Винни-Пух решил взвесить Кролика и для большей точности подвесил его на трёх одинаковых безменах сразу. Оказалось, что все три безмена показали разный вес. Нижний безмен показал $F_1 = 500$ Н, а верхний $F_2 = 550$ Н. Тогда Винни-Пух обратился за советом к мудрой Сове. Сова, подумав, сказала, что все безмены правильные. А сколько показал средний безмен, и чему равна масса Кролика?

2. Сова подарила Винни-Пуху и Пятачку по две одинаковые резинки жёсткостью k . Пух связал их так, что у него получилась резинка вдвое длиннее, а Пятачок скрутил их вместе, так что резинка получилась вдвое толще. Сосчитайте жёсткость каждой из резинок.

Решение. Под действием силы F резинка жёсткостью k растягивается

на $\frac{F}{k}$. Когда Винни-Пуха растягивает две последовательно

связанных резинки с силой F , на каждую из них действует

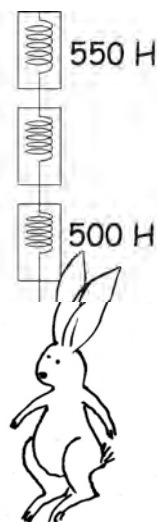
сила F . Поэтому каждая резинка растягивается на $\frac{F}{k}$, а вме-

сте они растягиваются на $2\frac{F}{k}$. Под действием силы F две

последовательно связанных резинки растянулись на $2\frac{F}{k}$.

Отсюда жёсткость длинной резинки равна $\frac{k}{2}$.

Когда Пятачок растягивает две параллельно скрученные резинки с силой F , на каждую из них действует сила $\frac{1}{2}F$. Поэтому каждая резинка



растягивается на $\frac{F}{2k}$. Отсюда жёсткость параллельно скрученной резинки Пятачка равна $2k$.

3. Артём и Вова тянут за разные концы динамометра с силой 10 Н каждый. Что показывает динамометр?

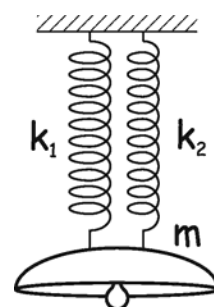
4. Массы Кота Матроскина и Шарика равны. Они сидят на скользком льду (таком, что сила сопротивления движению равна нулю) на расстоянии L друг от друга и перетягивают связку сосисок. По сигналу дяди Фёдора Матроскин и Шарик начинают есть сосиски, Матроскин – со скоростью v , а голодный Шарик – со скоростью $2v$. Через какое время и в каком месте относительно их начального положения они столкнутся лбами?

Решение. Очевидно, что друзья съедят все сосиски и столкнутся лбами через время $\frac{L}{3v}$. Гораздо сложнее ответить, в каком месте они встретятся. Шарик и Кот Матроскин движутся потому, что на них действует сила со стороны натянутых сосисок. По условию задачи силами сопротивления движению можно пренебречь, поэтому единственная горизонтальная сила – это сила натяжения сосисок. На Кота Матроскина и Шарика действует одинаковая по величине горизонтальная сила, поэтому скорость движения друзей навстречу друг другу будет одинаковой, и встретятся они ровно посередине.

5. На слёте ФТШ традиционно проводят интересный конкурс – футбол в связках. Поскольку слёты проходят в лесу, в качестве ворот используют два дерева, расстояние между которыми равно 10 метрам. Вратаря привязывают к каждому дереву резинкой, длина резинки в нерастянутом состоянии равна 3 метрам, а жёсткость – 100 Н/м. Какую силу необходимо иметь вратарю, чтобы достать мяч из угла ворот?

6. Винни-Пух и Пятачок соревнуются с Кроликом и Совой в катании на лодках. Пятачок и Сова сидят в одинаковых лодках и держат в руках верёвки, другие концы верёвок держат Винни-Пух и Кролик, стоящие на берегу. По сигналу Кристофера Робина все начинают выбирать верёвку руками с одинаковой силой, кроме Винни-Пуха, который уснул, но всё равно держит верёвку. Массы Пятачка и Совы одинаковы. Чья лодка раньше причалит к берегу?

7. В арт-кафе люстра массой $m = 400$ г подвешена на двух пружинах одинаковой длины. Жёсткости пружин равны $k_1 = 3$ Н/м и $k_2 = 5$ Н/м. На какую величину растянуты пружины?

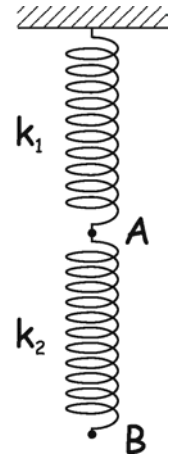


Решение. Длина пружин в нерастянутом состоянии одинаковая. Поэтому растяжение обеих пружин будет одинаковым. Обозначим растяжение пружин Δx , тогда силы упругости пружин равны $k_1\Delta x$ и $k_2\Delta x$ соответственно. Сумма этих сил должна быть равна силе тяжести люстры. $k_1\Delta x + k_2\Delta x = mg$. Отсюда сразу получаем, что

$$\Delta x = \frac{mg}{k_1 + k_2} = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{3 \text{ Н/м} + 5 \text{ Н/м}} = 0,5 \text{ м}.$$

8. В спортивном зале есть необычный тренажёр для мышц рук. Тренажёр состоит из двух пружин, подвешенных к потолку. Жёсткости пружин равны k_1 и k_2 , длина пружин одинаковая и равна $L = 40$ см. Спортсмен заметил, что если потянуть за пружину в точке А с силой $F_1 = 360$ Н вниз, то нижняя пружина коснётся пола. Если потянуть за точку В с силой $F_2 = 240$ Н вниз, то эта точка коснётся пола. Вычислите по этим данным жёсткости пружин, если известно, что высота потолка в зале $H = 2$ м.

9. Однородную резинку массой m и жёсткостью k подвесили за один из концов. Чему будет равно удлинение резинки?



7.4. ТРЕНИЕ

Вы никогда не задумывались, почему ходить по асфальту легко, а на льду ноги все время скользят и разъезжаются в разные стороны?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно вначале понять, как мы ходим. При ходьбе мы отталкиваем ногу назад. На рисунке сила, с которой мы отталкиваемся, обозначена F . Но сцепление с асфальтом не позволяет ноге двигаться назад. Между ботинком и асфальтом возникает сила, которая уравнивает силу отталкивания. Эта сила называется **силой трения** и обозначена на рисунке $F_{\text{тр}}$.



На льду сила трения недостаточно большая, поэтому ботинки проскальзывают. В настоящий момент до конца непонятно, почему лёд скользкий. Но известно, что на поверхности льда существует тонкий слой (толщиной порядка 10^{-7} метра), который по своим свойствам близок к жидкой воде. Этот слой выступает в качестве смазки и уменьшает силу трения между льдом и ботинком. Кстати, при уменьшении температуры толщина поверхностного слоя льда уменьшается (при температуре $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ его толщина приблизительно равна 10^{-8} метра), поэтому при низких температурах лёд становится менее скользким.

Как мы знаем, для движения необходима внешняя сила. А какая сила действует на нас при ходьбе? Сила, с которой мы отталкиваем ногу назад, является внутренней силой. Эта сила может заставить ногу двигаться назад относительно туловища, но не может заставить человека двигаться. Аналогично нельзя вытащить себя за волосы из болота, как это сделал Барон Мюнхгаузен.

Единственная внешняя сила, которая действует на человека при ходьбе, – это сила трения между ботинками и асфальтом. Как видно из картинке, сила трения направлена вперёд, и именно эта сила заставляет человека двигаться.

Когда мы идём по асфальту, ботинок относительно асфальта не проскальзывает. В этом случае принято говорить о силе трения покоя. Сила трения покоя в точности равна по величине силе, с которой мы отталкиваемся ногой от асфальта, и направлена в противоположную сторону. Поэтому сила трения покоя компенсирует силу отталкивания.

Но величина силы трения покоя не может быть больше некоторого значения. Если сила отталкивания превышает максимальную силу трения покоя, нога начинает проскальзывать.

От чего может зависеть максимальная сила трения покоя?

В общем случае трение возникает между двумя прижатыми друг к другу поверхностями. Очевидно, что величина силы трения зависит от характеристик этих поверхностей. Сила трения тем больше, чем сильнее поверхности цепляются друг за друга, то есть чем более шероховатые поверхности. Также сила трения зависит от того, насколько сильно поверхности прижаты друг к другу.

Силу трения можно представить как произведение коэффициента трения μ и силы N , с которой две поверхности прижаты друг к другу:

$$F_{\text{тр макс}} = \mu N.$$

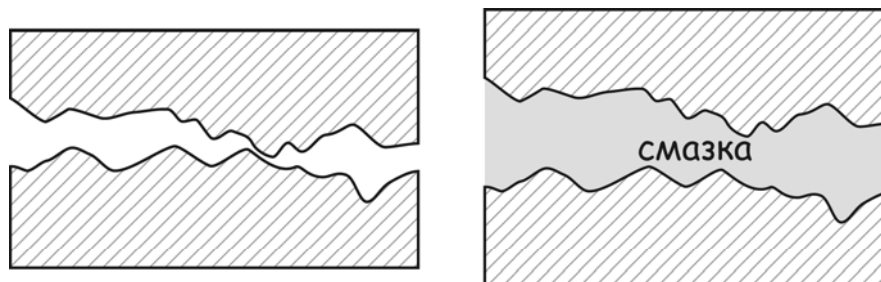
Подумайте, какая размерность у коэффициента трения?

Сила трения покоя не может быть больше $F_{\text{тр макс}} = \mu N$. На льду коэффициент трения маленький, поэтому сила отталкивания больше максимальной силы трения покоя, и ботинок начинает скользить. В этом случае говорят о силе трения скольжения. Сила трения скольжения всегда равна по величине $F_{\text{тр}} = \mu N$ и направлена противоположно движению.

Замечание. Обычно коэффициент трения покоя немного больше коэффициента трения скольжения. Но во многих задачах эти коэффициенты для простоты считаются равными и называются просто коэффициентом трения.

Между двумя соприкасающимися поверхностями неизбежно возникает сила трения. Во многих случаях присутствие трения нежелательно. Например, в различных механизмах трение приводит к износу деталей.

Полностью избавиться от сил трения невозможно, но силу трения можно значительно уменьшить – для этого можно использовать различные смазки. Тонкая плёнка смазки разделяет две поверхности и не позволяет микроскопическим неровностям, которые находятся на этих поверхностях, соприкоснуться друг с другом (смотри рисунок). Для снижения трения между вращающимися частями механизмов также используют подшипники.



Часто возникает мнение, что сила трения всегда мешает движению, но на самом деле это не так. Мы знаем, что именно сила трения позволяет двигаться вперёд при ходьбе. Именно сила трения между колёсами и дорогой заставляет двигаться автомобиль. Когда зимой коэффициент трения между колёсами и дорогой снижается, сила сцепления с дорогой становится недостаточной. Поэтому зимой автомобилем трудно управлять. Для увеличения силы сцепления колёс с асфальтом зимой используют более мягкие шины.

Самостоятельно приведите несколько способов уменьшения и увеличения силы трения. В каких механизмах или устройствах используют эти способы?

Задачи с трением

1. Женя катается на санках с горы. Скользя под уклоном, он разгоняется до скорости $v = 10$ м/с, после чего он выезжает на ровную снежную поверхность, где коэффициент трения санок $\mu = 0,1$. Через какое время Женя остановится? Масса Жени вместе с санками равна $M = 50$ кг.

2. Лёша случайно уронил учебник по физике за диван. Чтобы отодвинуть диван, Лёша толкает его вбок с силой 150 Н. Масса дивана 30 кг, а коэффициент трения между диваном и полом равен 0,7. Вычислите действующую на диван силу трения.

3. Чтобы поймать Джерри, хитрый Том привязал кусок сыра массой M резинкой к краю стола. Длина резинки в нерастянутом состоянии равна L , жёсткость резинки равна k . На каком максимальном расстоянии от края стола Том может положить сыр, если коэффициент трения между столом и сыром равен μ ?

4. Ослик Иа-Иа катал Винни-Пуха и Пятачка на санках. Чтобы сдвинуть санки с Винни-Пухом, ему пришлось тянуть с силой $F_1 = 130$ Н, а чтобы сдвинуть санки с Пятачком – с силой $F_2 = 50$ Н. Ослик знает, что масса Винни-Пуха $M = 60$ кг, а Пятачка $m = 20$ кг. Найдите массу санок и коэффициент трения санок о снег. С какой силой Ослику придётся тянуть санки с Винни-Пухом и Пятачком вместе?

Решение. Чтобы сдвинуть санки, нужно преодолеть действующую на них силу трения. Обозначим массу санок m_1 , а коэффициент трения μ . На санки с Винни-Пухом действует сила трения, равная $\mu(M + m_1)g$. Следовательно, $F_1 = \mu(M + m_1)g$. Аналогично $F_2 = \mu(m + m_1)g$. Чтобы вычислить коэффициент трения, посчитаем $F_1 - F_2 = \mu(M + m_1)g - \mu(m + m_1)g = \mu(M -$

$m)g$. Отсюда $\mu = \frac{F_1 - F_2}{(M - m)g}$. Подставим числа и получим, что $\mu = 0,2$. Те-

перь, зная коэффициент трения, посчитаем массу санок $m_1 = \frac{F_1}{\mu g} - M$. Под-

ставим числа и получим, что масса санок равна 5 кг. Чтобы сдвинуть санки с Винни-Пухом и Пятачком вместе, Ослику придётся тянуть санки с силой не меньше $\mu(M + m + m_1)g = 170 \text{ Н}$.

5. Полноприводный автомобиль с очень мощным двигателем разгоняется до скорости $v = 100 \text{ км/ч}$ за время $t = 4 \text{ сек}$. Определите коэффициент трения между колёсами и асфальтом. Как изменится время разгона, если после снегопада коэффициент трения станет в 2 раза меньше?

Решение. Автомобиль движется вперёд потому, что на него действует сила трения. Очень мощный двигатель – это такой, который может раскручивать колеса с силой, равной максимальной силе трения покоя. Следовательно, на автомобиль во время разгона действует постоянная сила, равная максимальной силе трения μMg . Теперь запишем, как действующая на автомобиль сила связана с изменением скорости автомобиля

$\mu Mg = \frac{M \cdot v}{t}$. Отсюда получаем $\mu = \frac{v}{gt}$. Переведём: $100 \text{ км/ч} = 28 \text{ м/с}$. Под-

ставим числа, получаем $\mu = \frac{28 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2 \cdot 4 \text{ с}} = 0,7$. Если после снегопада коэф-

фициент трения станет меньше в 2 раза, то максимальная сила трения уменьшится в 2 раза, соответственно время разгона до 100 км/ч увеличится в 2 раза до 8 секунд.

6. Масса шестиклассника Вани равна 50 кг, и он может тянуть канат с силой 200 Н, а масса семиклассника Егора равна 40 кг, зато он сильнее и может тянуть канат с силой 300 Н. Егор предложил провести соревнование по перетягиванию каната, тогда хитрый Ваня предложил соревноваться на гладком льду. Коэффициент трения между льдом и ботинками равен 0,2. Почему Ваня считает, что он может выиграть в таком соревновании?

7. Масса учебника по физике равна 300 г. С какой минимальной по величине горизонтальной силой нужно прижать учебник к стенке, чтобы он не падал? Коэффициент трения между учебником и стенкой равен 0,2. Чему равна сила трения между учебником и стенкой, если учебник прижат к стенке с силой 30 Н?

Решение. Вниз на учебник действует сила тяжести mg . Для того, чтобы учебник не падал, вверх на него должна действовать равная по величине

сила. Этой силой может быть только сила трения между учебником и стенкой. Пусть учебник прижимают к стенке с силой F , тогда максимальная сила трения между учебником и стенкой равна μF . Поэтому для того, чтобы учебник не падал, его нужно прижимать к стенке с силой не меньше $\frac{mg}{\mu} = 15 \text{ Н}$. Важно понимать, что μF – это максимальная величина силы

трения покоя. Если прижать учебник с большей силой, сила трения всё равно будет равна силе тяжести учебника $mg = 3 \text{ Н}$.

8. На столе лежат два бруска массой $M = 1 \text{ кг}$ каждый, соединённые пружиной жёсткостью $k = 100 \text{ Н/м}$. Известно, что коэффициент трения между брусками и столом равен $\mu = 0,5$. Петя медленно тянет за один из брусков. При какой величине силы начнёт растягиваться пружина? При какой силе Пете удастся сдвинуть второй брусок? Постройте график зависимости растяжения пружины от величины приложенной силы.

9. После полёта на Луну астронавты рассказывали, что по Луне ходить легко, но они часто теряли равновесие. Почему?

10. Масса современного электровоза составляет несколько сотен тонн. Почему при постройке электровозов не применяются лёгкие металлы или сплавы?

8. Импульс

Рассмотрим уже знакомую нам задачу.

Отличница Маша и хулиган Вовочка стояли на идеально гладком льду. Вовочка толкнул Машу, и она заскользила по льду со скоростью $v = 5$ м/с. С какой скоростью заскользил по льду сам Вовочка? Известно, что масса Маши $m = 30$ кг, а масса Вовочки $M = 50$ кг.

Грамотный физик скажет, что Маша приобрела скорость в результате взаимодействия с Вовочкой. Обозначим среднюю силу взаимодействия между Машей и Вовочкой F , а время взаимодействия t . Согласно второму закону Ньютона, скорость Маши в результате взаимодействия с Вовочкой изменится на $v = \frac{F \cdot t}{m}$. Домножим левую и правую части этого равенства

на массу и получим $mv = Ft$. Заметим, что все величины в левой части это равенства характеризуют Машу, а величины в правой части равенства характеризуют взаимодействие.

Согласно третьему закону Ньютона на Вовочку и Машу действуют силы, одинаковые по величине и противоположные по направлению. Обозначим через u скорость Вовочки после взаимодействия с Машей. Для скорости Вовочки справедливо выражение $Mu = -Ft$.

Сравнивая с аналогичным равенством для Маши, получаем что $Mu = -mv$. В этом выражении знак минус показывает, что скорость Вовочки направлена противоположно скорости Маши.

Физическая величина, равная произведению массы тела и его скорости, называется **импульсом** тела. Принято импульс обозначать строчной буквой p . Как и скорость, импульс имеет направление. Импульс направлен так же, как и скорость тела.

В каких единицах измеряется импульс в системе СИ?

Импульс равен произведению массы и скорости тела. Поэтому единица измерения импульса – это произведение единиц измерения массы и скорости, или $1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Как мы только что доказали, при взаимодействии двух тел изменение их импульсов равно по величине и противоположно по направлению. Следо-

вательно, **при взаимодействии двух тел сумма их импульсов не изменяется.**

Справедливо и более общее утверждение. Рассмотрим систему тел, взаимодействующих друг с другом, но не взаимодействующих с окружающими телами. Такая система называется **замкнутой**.

При любых взаимодействиях внутри замкнутой системы геометрическая сумма импульсов всех тел, составляющих систему, остаётся постоянной.

Это утверждение называется **законом сохранения импульса**.

На законе сохранения импульса основан принцип реактивного движения. **Реактивным** называют движение, которое возникает в результате отделения от тела его части с некоторой скоростью. В результате само тело приобретает скорость в противоположном направлении. Например, ракета движется благодаря тому, что выбрасывает назад струю газа. Кстати, реактивное движение часто встречается в живой природе. Например, осьминоги и кальмары для движения сначала захватывают воду, а затем с большой скоростью выбрасывают её назад.

«Импульсивные» задачи

1. Достоверно известно, что однажды барон Мюнхгаузен долетел из Парижа до Лондона на пушечном ядре. Пролетая над Лондоном со скоростью v , Мюнхгаузен сумел так ловко соскочить с ядра, что его скорость относительно Земли стала в точности равна нулю. Какой стала скорость ядра после того, как Мюнхгаузен соскочил с него? Известно, что масса Мюнхгаузена в 5 раз больше массы ядра.

2. Два автомобиля массой M каждый движутся по шоссе навстречу друг другу. Скорость автомобилей одинакова по величине и равна v . В момент, когда автомобили поравнялись, с первого автомобиля на второй перебросили груз массой m . Груз был брошен точно вбок относительно первого автомобиля. Какой станет сразу после этого скорость автомобилей?

Решение. Очевидно, что скорость первого автомобиля не изменится. Скорость второго автомобиля вычислим из закона сохранения импульса. Вначале импульс автомобиля был равен Mv . Груз движется вместе с первым автомобилем со скоростью v в обратном направлении, поэтому импульс груза равен $-mv$. Импульс второго автомобиля с грузом равен

$Mv - mv$, а масса равна $M+m$. Следовательно, скорость второго автомобиля будет равна $\frac{M-m}{M+m}v$.

3. Представьте, что во время выхода в открытый космос трос, соединяющий космонавта с кораблём, случайно открепился. Предложите способ, как космонавту вернуться на космический корабль.

4. Артиллерист нацелил пушку так, чтобы снаряд попал точно в мишень, расположенную на расстоянии L от пушки, и выстрелил. В верхней точке траектории снаряд разорвался на 2 части с одинаковой массой. Одна из них полетела точно в обратном направлении и попала в пушку. На каком расстоянии от мишени упадёт вторая часть снаряда? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Пусть скорость снаряда в верхней точке равна v , тогда скорость первого осколка стала равна $-v$. Из закона сохранения импульса следует, что скорость второго осколка равна $3v$ и направлена вперёд. Верхняя точка траектории снаряда находится посередине между пушкой и мишенью на расстоянии $\frac{1}{2}L$ от пушки. Первый осколок в верхней точке

будет иметь скорость, равную по модулю v , и пролетит расстояние $\frac{1}{2}L$.

Скорость второго осколка в 3 раза больше, поэтому второй осколок пролетит ещё $\frac{3}{2}L$ и упадёт на расстоянии L от мишени.

5. В одной из серий мультфильма «Ну, погоди!» показано, как парусная яхта плывёт вперёд, когда Волк сильно дует на парус. Какая физическая ошибка допущена в мультфильме? В каком направлении нужно дуть, чтобы заставить яхту плыть?

6. В ракете топливо сжигается со скоростью $\mu = 1$ кг/с. При сгорании топливо превращается в газ, который выбрасывается из сопла ракеты со скоростью $v = 3$ км/с. Найдите силу тяги такого двигателя.

Решение. Обозначим неизвестную силу тяги двигателя F . По третьему закону Ньютона, равная по величине сила действует на выбрасываемые газы. За время t сгорает μt топлива. Значит, за время t сила F разгоняет газ массой μt до скорости v . По 2-му закону Ньютона силу тяги можно записать как $F = \frac{\mu t \cdot v}{t} = \mu v = 3000$ Н. Заметьте, что сила тяги двигателя численно равна импульсу, который ракета передаёт газам за секунду.

7. Капитан Врунгель участвовал в парусной регате. Внезапно ветер стих, но капитан Врунгель не растерялся и выиграл регату с помощью шампанского. Считайте, что если хорошо потрясти бутылку с шампанским и откупорить её, то все шампанское выльется из бутылки со средней скоростью v . Всего на корабле имеется N бутылок шампанского, масса шампанского в каждой бутылке m . Считая, что масса яхты M незначительно изменяется при уменьшении запасов шампанского, найдите, какую скорость приобретёт яхта, если использовать все бутылки.

8. Джеймс Бонд для того, чтобы зависнуть в воздухе, стреляет вертикально вниз из пулемёта. Считая, что масса пули 9 грамм, а скорость вылета пули 900 м/с, найдите, какое количество выстрелов в секунду должен делать пулемёт. Масса Джеймса Бонда вместе с пулемётом и необходимым запасом патронов равна 100 кг.

9. Воздушно-реактивный двигатель самолёта расходует в секунду 4 кг горючего и 160 кг воздуха. Какова сила тяги двигателя при движении самолёта со скоростью 900 км/час, если скорость газовой струи на выходе двигателя 500 м/с относительно самолёта?

9. Метод анализа размерностей

Иногда решить задачу точно не удаётся. В таких случаях можно угадать ответ, используя **метод анализа размерностей**. Идея данного метода заключается в том, чтобы из известных величин составить комбинацию, размерность которой совпадает с размерностью искомой величины. Если такую комбинацию можно составить единственным способом, то можно утверждать, что точный ответ отличается от этой комбинации только безразмерным множителем (числом).

Мы продолжим знакомство с методом анализа размерностей на примере нескольких задач. Более строгое теоретическое описание данного метода можно найти в учебнике Бутикова и Кондратьева, а также в книге Джанколи из списка рекомендованной литературы.

«Размерные» задачи

1. Винни-Пух полез на высокий-превысокий дуб за мёдом и свалился. Наблюдательный Кролик заметил, что Винни-Пух падал в течение времени t . Помогите Кролику вычислить высоту высокого-превысокого дуба h .

На первый взгляд совершенно непонятно, как решать эту задачу. Пока мы умеем решать задачи на движение с постоянной скоростью, но скорость Винни-Пуха всё время менялась. Поэтому при решении мы воспользуемся соображениями размерности.

В ответе мы должны получить величину с размерностью длины. Принято размерность величины обозначать квадратными скобками. Например, запись $[h] = L$ означает, что высота дуба h имеет размерность длины.

Теперь нужно понять, какие физические величины могут влиять на расстояние, которое пролетел Винни-Пух. Он падал под действием силы тяжести, поэтому расстояние может зависеть от ускорения свободного падения g , массы Винни-Пуха m и времени падения t .

Масса и время – это основные единицы системы СИ. Масса Винни-Пуха имеет размерность массы, это можно записать в виде выражения $[m] = M$. Время падения имеет размерность времени $[t] = T$. Для того чтобы можно было сравнивать размерности, нужно выразить размерность ускорения свободного падения через основные величины. Ускорение

свободного падения g можно измерять в Н/кг и м/с². Но ньютон не является основной единицей в системе СИ. Поэтому размерность ускорения свободного падения – это длина, делённая на квадрат времени $[g] = \frac{L}{T^2}$.

Теперь нужно из этих трёх величин собрать комбинацию с размерностью длины. Заметим, что только ускорение свободного падения имеет длину в размерности, причём длина входит в размерность ускорения свободного падения в первой степени. Поэтому ускорение свободного падения будет входить в выражение для высоты дуба также в первой степени.

Теперь нужно избавиться от времени в знаменателе, для этого нужно ускорение свободного падения умножить на квадрат времени падения. Очевидно, что из массы, времени падения и ускорения свободного падения можно составить только одну комбинацию с размерностью длины. Поэтому можно утверждать, что высота дуба $h = gt^2$ с точностью до безразмерного числового коэффициента.

Если решить задачу точно, получится что высота дуба $h = \frac{1}{2}gt^2$, то есть неизвестный коэффициент равен $\frac{1}{2}$. Хотя мы не смогли найти числовой коэффициент, мы нашли правильную функциональную зависимость. Также мы доказали, что скорость падения не зависит от массы тела. Кстати, последнее было экспериментально доказано Галилеем в знаменитом эксперименте с падением тел с Пизанской башни. Действительно, сила тяжести пропорциональна массе тела, но, чем тело тяжелее, тем медленнее оно набирает скорость, поэтому скорость падения тела не зависит от его массы.

2. Винни-Пух свалился с высокого-превысокого дуба, высота которого по подсчётам Кролика равна h . Какую скорость будет иметь Винни-Пух в конце падения, если во время падения он не ударялся об ветки?

Решение. В ответе мы должны получить величину с размерностью скорости. Скорость Винни-Пуха может зависеть от высоты дуба h , ускорения свободного падения g и массы Винни-Пуха m . Конечно, скорость может зависеть и от времени падения t , но время падения не является независимой величиной. В предыдущей задаче мы показали, что время падения может быть выражено через высоту дуба.

Теперь нужно из высоты дуба h , ускорения свободного падения g и массы Винни-Пуха m составить комбинацию с размерностью скорости. Размерность скорости – это отношение длины ко времени $[v] = \frac{L}{T}$. Размерность ускорения свободного падения – это длина, делённая на квадрат

времени $[g] = \frac{L}{T^2}$. Размерность высоты дуба – это длина $[h] = L$, размерность массы Винни-Пуха – это масса $[m] = M$.

Можно заметить, что масса не содержится в размерности скорости, ускорения свободного падения и высоты дуба, поэтому очевидно, что скорость не будет зависеть от массы. Как мы уже обсудили, при движении под действием только силы тяжести никакие параметры движения (и в частности, скорость) не зависят от массы тела.

Далее заметим, что если умножить высоту дуба h на ускорение свободного падения g , то получится величина, размерность которой равна размерности скорости в квадрате. Поэтому можно утверждать, что квадрат скорости Винни-Пуха $v^2 = gh$.

С помощью соображений размерности мы решили задачу. Конечно, мы снова не знаем численный коэффициент. В данной задаче коэффициент равен 2, то есть $v^2 = 2gh$.

3. После удара футболиста мяч полетел вверх со скоростью v . С помощью соображений размерности вычислите максимальную высоту, на которую поднимется мяч во время полёта.

4. На тело, полностью погружённое в воду, со стороны воды действует сила, выталкивающая его вверх. Пользуясь соображениями размерности, выразите эту силу.

5. Вова заметил интересный эффект: если на верёвке достаточно быстро раскрутить ведро с водой, вода не будет выливаться из ведра, при этом верёвка натягивается с достаточно большой силой. Подумайте, какие физические величины могут влиять на силу натяжения верёвки, и выразите эту силу, используя соображения размерностей.

Решение. При вращении величина скорости ведра с водой сохраняется, но направление скорости постоянно изменяется. Изменение скорости ведра происходит под действием силы натяжения верёвки. Эта сила может зависеть от скорости ведра v и его массы M , а также от длины верёвки

R . Размерность силы $[F] = \frac{ML}{T^2}$. Масса есть в размерности только у массы,

поэтому сила должна быть пропорциональна массе ведра. Время есть только в размерности скорости. В размерности скорости время стоит в знаменателе в первой степени. Поэтому сила должна быть пропорциональна квадрату скорости. Если перемножить массу и квадрат скорости,

то получится величина с размерностью $[Mv^2] = \frac{ML^2}{T^2}$. Мы хотим получить величину с размерностью силы. Поэтому одна длина в размерности лиш-

няя, и значит, нужно разделить на величину с размерностью длины. Единственная такая величина – это длина верёвки. Окончательно получаем, что

$$F = \frac{Mv^2}{R}.$$

6. С помощью соображений размерности вычислите период малых колебаний грузика массой m , подвешенного на пружинке жёсткостью k . В данной задаче период колебаний можно определить как наименьший промежуток времени между моментами, когда пружина максимально растянута.

Решение. Пружина растягивается под действием силы тяжести грузика. Поэтому очевидно, что период колебаний может зависеть от жёсткости пружины k , массы грузика m и ускорения свободного падения g . Размер-

ность жёсткости – это отношение силы к длине $[k] = \frac{F}{L}$. Если расписать

размерность силы, получим $[k] = \frac{M}{T^2}$. Время есть в размерности у жёстко-

сти и ускорения свободного падения. Но в размерности ускорения свободного падения есть длина. В размерности остальных величин нет длины, поэтому период колебаний пружины не будет зависеть от ускорения свободного падения. Действительно, колебания происходят под действием силы упругости пружины. А сила тяжести в данной задаче приводит только к дополнительному растяжению пружины.

Из жёсткости и массы можно единственным образом составить комбинацию с размерностью времени. Величина $\frac{m}{k}$ имеет размерность квадрата времени. Точный ответ отличается только числовым коэффициентом, квадрат периода колебаний $T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$.

7. Тело, подвешенное на нити и совершающее механические колебания называют маятником. Период колебаний маятника можно определить как наименьший промежуток времени, за который маятник возвращается в исходное состояние. Известно, что период малых колебаний маятника не зависит от амплитуды колебаний. Найдите период малых колебаний маятника. Как зависит период колебаний от массы тела?

Подведём итог. С помощью метода анализа размерностей можно найти верную зависимость ответа от данных задачи. Но полученный ответ может

отличаться от точного на некоторый числовой коэффициент. В большинстве задач числовой коэффициент не слишком большой и не слишком маленький. Поэтому ответ, полученный с помощью метода анализа размерностей, не слишком отличается от точного значения. Данный метод особенно полезен тогда, когда мы не знаем точного решения задачи или это решение для нас слишком сложно.

10. Давление

10. 1. ДАВЛЕНИЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

Ходить по глубокому снегу достаточно тяжело – под действием силы тяжести ноги проваливаются в снег, поэтому для передвижения по снегу используют лыжи или снегоступы. Но лыжи не уменьшают вес человека и даже сами что-то весят, тогда почему в лыжах мы проваливаемся значительно меньше?

Важно не только, с какой силой мы давим на снег, но и на какую площадь эта сила распределяется. Площадь лыж в несколько раз больше площади ботинка. Поэтому лыжи распределяют силу тяжести по большей площади. В результате на каждый квадратный сантиметр поверхности снега действует меньшая сила.

Физическая величина, равная отношению силы к площади, на которую эта сила действует, называется **давлением**. Кстати, давление принято обозначать латинской буквой p (легко запомнить, что это первая буква английского слова «pressure» – давление).

$$p = \frac{F}{S}$$

Какая размерность у давления?

Размерность силы $[F] = \frac{M \cdot L}{T^2}$. Размерность площади – это квадрат длины $[S] = L^2$. Отсюда получаем, что размерность давления $[p] = \frac{M}{LT^2}$.

В системе СИ единица измерения давления называется паскалем (Па), в честь французского физика Блеза Паскаля. Давление в один паскаль создаёт сила, равная 1 ньютону, равномерно распределённая по площади в 1 квадратный метр.

Выразите паскаль через основные единицы системы СИ.

По определению 1 паскаль равен 1 ньютону на квадратный метр. Если выразить ньютон через килограммы, метры и секунды, получим, что 1 паскаль = $1 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$.

Если на некоторую поверхность оказывается давление, можно вычислить действующую на эту поверхность силу, она называется **силой давления**. В случае если давление на все точки поверхности одинаково, сила давления равна произведению давления и площади поверхности.

Лыжи используют для уменьшения давления на снег. В других случаях давление специально увеличивают. Например, чем острее кончик иголки, тем больше оказываемое ей давление, тем лучше такая иголка протыкает толстую ткань или кожу.

Приведите примеры устройств, которые позволяют уменьшать, или, наоборот, увеличивать давление. Как можно использовать эти устройства?

Рассмотрим интересный эксперимент.

Возьмём большую сосульку или заранее замороженный кусок льда. Желательно, чтобы грани у льда были прозрачные, – можно отполировать их тряпочкой, смоченной в тёплой воде. Оказывается, лёд можно разрезать тонкой проволокой. Для этого перекинем проволоку через лёд и подвесим к концам проволоки грузы. Температура плавления льда изменяется под действием давления, поэтому под давлением проволоки температура плавления льда будет понижаться. Это значит, что лёд отрицательной температуры, который сам по себе не плавится, под действием давления проволоки будет таять. Проволока плавит под собой лёд и тем самым его режет. Давление проволоки на лёд можно оценить в 10^6 Па. Такое давление приводит к уменьшению температуры плавления льда приблизительно на $0,1$ °С. Но даже столь небольшого изменения температуры плавления будет достаточно для того, чтобы проволока разрежала льдинку.

Под проволокой лёд плавится и образуется вода, проволока погружается в воду и вытесняет воду наверх. Над проволокой давление равно атмосферному, поэтому вода снова замерзает. При замерзании воды выделяется тепло, это тепло через проволоку передаётся вниз и расходуется на плавление льда. Можно показать, что скорость плавления льдинки определяется именно скоростью передачи тепла через проволоку.

Наконец, проволока пройдёт через весь лёд и упадёт. Но льдинка, снова смёрзшись над проволокой, не разломается пополам, а останется целой. Мы сумели с точки зрения физики объяснить «фокус», заключающийся в прохождении предмета (проволоки) сквозь твёрдый лёд.

Как вы считаете, можно ли так пропустить проволоку сквозь бревно?

«Подавляющие» задачи

1. Почему на мягком матрасе удобнее спать, чем на жёсткой поверхности? Почему принцессе из известной сказки было некомфортно спать на горошине?

Решение. Когда человек спит на мягком матрасе, его сила тяжести распределяется по всей площади тела. С жёсткой поверхностью тело соприкасается только небольшими участками. Сила тяжести распределяется по меньшей площади, поэтому на соприкасающиеся с поверхностью места оказывается значительно большее давление. В результате, в местах соприкосновения с поверхностью возникают неприятные ощущения. Принцессе было неудобно спать на горошине, потому что давление в той части перины, под которой лежала горошина, было немного больше, чем в других местах. Впрочем, этот эффект настолько мал, что заметить его могла только принцесса.

2. Изобретатель Артём конструирует новый марсоход. Масса марсохода $M = 100$ кг, на Марсе ускорение свободного падения $g = 3,8$ м/с². Какой должна быть минимальная площадь гусениц марсохода, чтобы давление на поверхность не превышало $p = 400$ Па?

3. Чтобы не провалиться в рыхлый снег, давление не должно превышать p_{\max} . Подскажите Егору, лыжи какой площади ему нужно купить, если масса Егора равна M .

Решение. Егор давит на снег с силой тяжести, равной Mg . Эта сила создаёт давление $p = \frac{Mg}{S}$, где S – площадь лыж. Следовательно, чтобы давление на снег было не больше p_{\max} , площадь лыж должна быть не меньше $\frac{Mg}{p_{\max}}$.

4. Таракан выдерживает давление до 500 Па. Оцените, какая сила нужна, чтобы раздавить таракана, если его длина 1 см, а ширина 5 мм.

5. Плотность воды равна $\rho = 1000$ кг/м³. Сколько воды нужно налить в высокий квадратный кувшин, чтобы давление воды на дно кувшина было равно $p = 10^4$ Па?

6. Высота пирамиды Хеопса приблизительно равна 140 метров, а масса – более 6 миллионов тонн. У Маргариты есть точная копия пирамиды высотой 14 сантиметра, изготовленная из того же материала. Во

сколько раз отличаются давления, оказываемые на поверхность оригинальной пирамидой и копией?

Решение. Когда говорят о точной копии пирамиды, подразумевают, что длина, ширина и высота копии в заданное число раз меньше, чем у оригинальной пирамиды. В нашем случае все размеры копии ровно в 1000 раз меньше. Также подразумевается, что копия изготовлена из материала с такой же плотностью, что и оригинальная пирамида.

Давление пирамиды можно выразить как $p = \frac{Mg}{S}$, где M – масса пирамиды, а S – площадь её основания. Масса пирамиды пропорциональна её объёму (при примерно постоянной плотности), объём же пропорционален кубу размера пирамиды (упрощённо можно считать, что объём – это произведение длины, ширины и высоты). Площадь основания пропорциональна квадрату размера пирамиды (площадь пирамиды можно представить как произведение длины и ширины). Следовательно, давление пирамиды пропорционально размеру. Таким образом, давление пирамиды и копии относятся так же, как их высоты, то есть давление копии в 1000 раз меньше.

7. Оцените давление, которое оказывает кончик карандаша на бумагу.

8. Идёт сильный дождь. Лёша сосчитал, что на зонт площадью S за время t упало n капель. Средняя масса каждой капли равна m , средняя скорость капли v . Считая, что капли падают вертикально и растекаются по зонту, найдите давление, которое дождь оказывает на зонт.

Решение. По условию капли растекаются по зонту. Следовательно, скорость капель меняется с v до нуля. Согласно второму закону Ньютона, для того чтобы остановить n капель массой m , движущихся со скоростью v за время t , необходима сила $F = \frac{nmv}{t}$. Соответственно, давление, оказываемое дождём на зонт, равно $P = \frac{F}{S} = \frac{nmv}{tS}$.

9. Как два спичечных коробка расположить на столе так, чтобы давление на стол было максимальным? Попробуйте оценить это давление.

Решение. Нужно поставить коробки так, чтобы площадь соприкосновения со столом была минимальной. Можно поставить один коробок на самую маленькую грань, а второй коробок положить сверху на первый, но в этом случае давление не будет максимальным.

Лучше всего поставить коробки на ребро. А для того, чтобы коробки не падали, нужно опереть их друг на друга. Будем считать, что масса каждого

коробка равна 10 г. Длина самой маленькой стороны коробка приблизительно равна 1 см, а ширина – 1 мм. Теперь нетрудно посчитать, что давление коробка на стол равно 10000 Па.

10. У Лёши есть много бумажных коробочек, размеры каждой из них 10 см × 8 см × 5 см, масса коробочки 40 г. Известно, что коробочка ломается, если давление на любую её грань превышает 800 Па. Башню какой максимальной высоты Лёша сможет построить, если будет ставить коробочки одну на другую?

Решение. Обозначим стороны коробочки a , b и c . Если коробочка лежит на большой грани $a \times b$, то коробочка оказывает давление $\frac{Mg}{a \cdot b} = \frac{4 \text{ Н}}{0.008 \text{ м}^2} = 500 \text{ Па}$. Следовательно, на большую грань можно положить друг на друга не более 16 коробочек. Высота такой башни из 16 коробочек будет равна 80 см. Аналогично можно рассмотреть случаи, когда все коробочки в башне стоят на другой стороне. Мы снова получим, что максимальная высота башни равна 80 см.

Но все коробочки в башне необязательно должны быть поставлены одинаково. Чтобы высота башни была наибольшей, верхние коробочки должны стоять на самой меньшей стороне, так можно поставить 8 коробочек. Затем нужно ставить коробочки на среднюю по площади грань, так можно поставить ещё 2 коробочки. Наконец, в самом низу башни можно поставить ещё 6 коробочек на большую грань. В итоге получится башня высотой 126 см.

Но все коробочки в башне необязательно должны быть поставлены одинаково. Чтобы высота башни была наибольшей, верхние коробочки должны стоять на самой меньшей стороне, так можно поставить 8 коробочек. Затем нужно ставить коробочки на среднюю по площади грань, так можно поставить ещё 2 коробочки. Наконец, в самом низу башни можно поставить ещё 6 коробочек на большую грань. В итоге получится башня высотой 126 см.

(При устном разборе желательно обсудить данную задачу более подробно.)

10.2. ТРИ СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

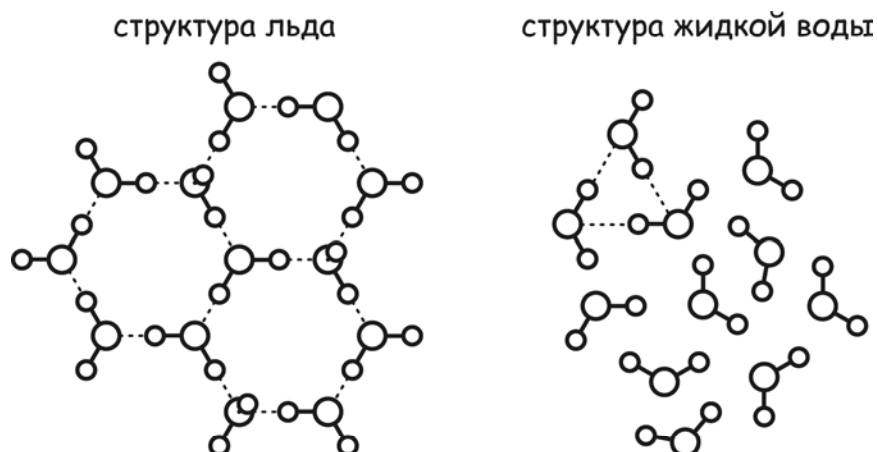
Перед тем, как перейти к разговору о давлении жидкостей и газов, будет полезно разобраться с особенностями строения твёрдых тел, жидкостей и газов.

Оказывается, что все тела состоят из очень большого числа абсолютно одинаковых молекул. Характерный размер одной молекулы равен 10^{-9} – 10^{-10} метра. Это значит, что молекула приблизительно во столько же раз меньше яблока, во сколько раз яблоко меньше Земного шара. Поэтому «увидеть» отдельные молекулы можно только с помощью современных микроскопов.

Одно и то же вещество при разных внешних условиях может быть твёрдым, жидким или газообразным. Например, лёд, жидкая вода и водяной пар – это три состояния одного и того же вещества – воды. А это значит, что все они состоят из одинаковых, но по-разному расположенных и по-разному взаимодействующих молекул.

В кристалле льда молекулы сильно связаны между собой. Каждая молекула в кристалле занимает определённое положение, поэтому лёд сохраняет свою форму. Но молекулы в кристалле не неподвижны, они колеблются относительно своего среднего положения. С ростом температуры амплитуда колебаний увеличивается. При температуре плавления часть связей разрывается, и лёд превращается в жидкую воду.

На рисунке схематически показано расположение молекул в кристалле льда и в жидкой воде. Каждая молекула воды состоит из одного атома кислорода, который на рисунке показан большим кружком и двух атомов водорода, которые изображены маленькими кружками. Структура льда не является плоской, и часть атомов водорода расположена над соответствующими атомами кислорода, поэтому на рисунке соответствующие кружки перекрываются.



Структура жидкой воды очень сложна. В жидкости молекулы постоянно движутся, чтобы убедиться в этом, можно капнуть в воду капельку чернил или марганцовки. Согласно одной из моделей, в жидкой воде связи между молекулами постоянно образуются и разрываются. Это объясняет текучесть воды. В недавних научных работах удалось наблюдать в жидкой воде достаточно устойчивые кластеры (группы связанных друг с другом молекул) и цепочки из нескольких молекул. В качестве примера, кластер из 3-х атомов показан на рисунке.

Наконец, при высокой температуре скорость теплового движения молекул становится настолько большой, что они не могут удержаться вместе и жидкая вода превращается в пар. В газообразном состоянии молекулы находятся далеко друг от друга и между собой не связаны. Взаимодействие между молекулами газа происходит только во время столкновений и приводит к изменению направления движения молекул.

10.3. АТМОСФЕРНОЕ ДАВЛЕНИЕ

Каждое утро из прогноза погоды мы узнаем величину атмосферного давления. Но в обычных условиях мы совершенно не ощущаем давления со стороны воздуха. Может быть, атмосферное давление очень маленькое? И почему оно измеряется в миллиметрах ртутного столба, а не в паскалях? Постараемся найти ответы на эти вопросы.

Воздух – это смесь большого числа разных газов. Приблизительно на три четверти воздух состоит из азота и на четверть из кислорода. Также воздух содержит около 1% аргона и некоторое количество водяного пара.

Средняя скорость движения молекул в воздухе более 400 м/с. Заметьте, это быстрее, чем скорость пассажирского самолёта!

Несмотря на то, что воздух кажется нам пустотой, каждый кубический метр воздуха содержит приблизительно 10^{25} молекул и весит больше килограмма. Поэтому молекулы в воздухе постоянно сталкиваются – в среднем, каждая молекула воздуха сталкивается с другими несколько миллиардов раз в секунду!

Движение молекул газа похоже на движение шаров по бильярдному столу: при каждом столкновении шар меняет направление движения, поэтому траектория шара чрезвычайно запутана. Аналогично движение молекулы газа происходит беспорядочно. Можно считать, что молекулы газа расталкивают друг друга, стремясь занять весь предоставленный им объём.

Если газ находится в сосуде, молекулы газа постоянно ударяются о стенки сосуда и оказывают на них давление. Сила, с которой газ давит на участок стенки сосуда, называется силой давления. Эта сила равна произведению давления газа на площадь рассматриваемого участка стенки сосуда и направлена перпендикулярно стенке.

От чего может зависеть давление газа?

Давление зависит от количества молекул и от скорости, с которой молекулы ударяются об стенку сосуда. При увеличении температуры газа увеличивается скорость движения молекул, в результате молекулы чаще и сильнее ударяются о стенки сосуда, поэтому давление увеличивается.

Прделаем интересный эксперимент. Возьмём два воздушных шарика, первый надуем воздухом, а второй попытаемся растянуть руками. Легко заметить, что второй шарик растягивается только в тех местах, где к нему приложена сила, а шарик, надутый воздухом, имеет правильную круглую форму. Этот простой эксперимент показывает, что воздух одинаково растягивает шарик во всех направлениях. Это объясняется тем, что в любом

макроскопическом объёме газа количество молекул, летящих в каждом направлении, приблизительно одинаково, поэтому газ оказывает одинаковое давление во всех направлениях.

Теперь поговорим о том, как возникает атмосферное давление. Мы знаем, что газ равномерно распределяется по всему объёму сосуда, поэтому давление во всех точках сосуда одинаково. Но тогда почему воздух не распределяется равномерно по всей вселенной? Строго говоря, газ распределяется равномерно только по сравнительно небольшим сосудам. Воздух не может равномерно распределиться по вселенной, потому что на него действует сила тяжести, которая не позволяет молекулам улетать далеко от Земли.

Именно сила тяжести воздуха создаёт атмосферное давление. Известно, что над каждым квадратным метром поверхности Земли находится приблизительно 10 тонн воздуха, на который действует сила тяжести, равная 10^5 Н. Воздух, расположенный вблизи поверхности Земли, должен удерживать воздух, расположенный выше. Следовательно, вблизи поверхности Земли воздух давит на каждый квадратный метр с силой 10^5 Н, то есть давление воздуха равно 10^5 Па.

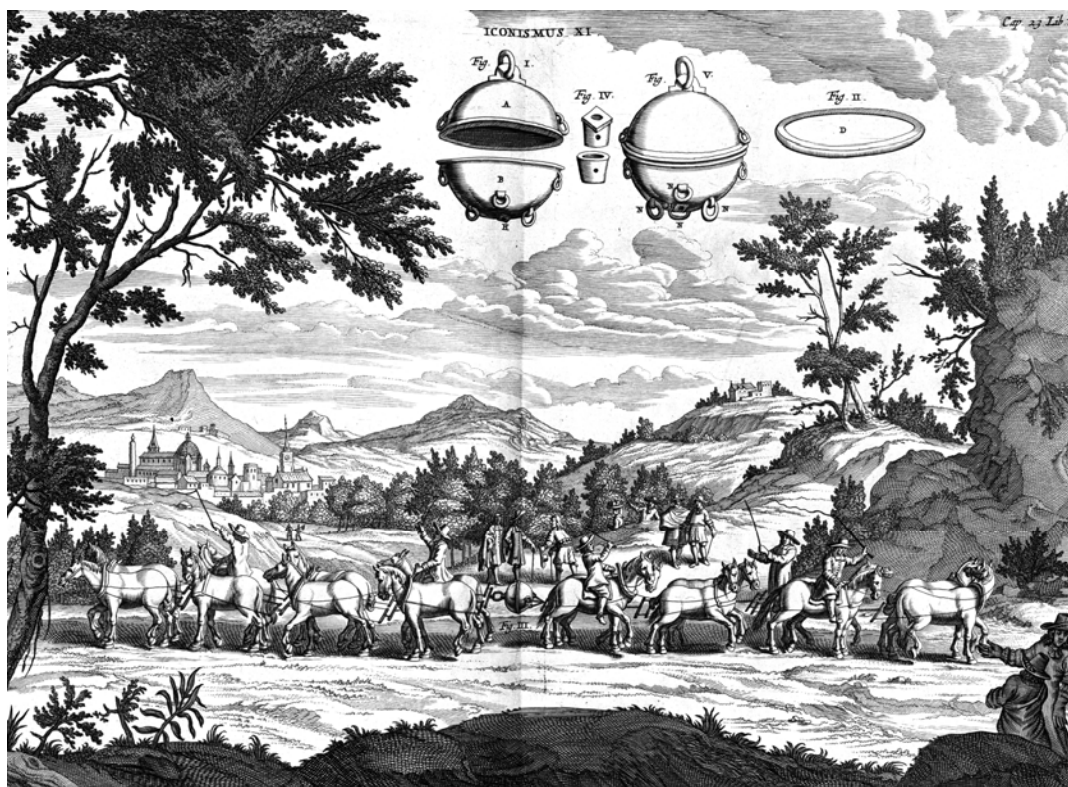
Атмосферное давление уменьшается с высотой. На высоте 5,5 км давление воздуха в 2 раза меньше, чем на уровне моря. А на вершине Эвереста (высота которого 8848 м) давление воздуха составляет всего 30 процентов от давления на уровне моря.

Как мы говорили, давление воздуха зависит от плотности и температуры, но температура воздуха изменяется с высотой медленнее, чем плотность, поэтому плотность воздуха на вершине Эвереста приблизительно в три раза меньше, чем на уровне моря. Альпинисты во время вдоха получают меньше кислорода, поэтому на высоте тяжело дышать.

Насколько велико атмосферное давление?

Наглядно продемонстрировать его величину удалось немецкому учёному Отто фон Герике с помощью знаменитого эксперимента с магдебургскими полушариями. Эксперимент был впервые проведён в 1654 г. в немецком городе Регенсбурге.

Было изготовлено два медных полушария диаметром около 36 см каждое. К ним было приделано по 4 кольца, чтобы можно было привязать лошадей. Затем полушария соединили через уплотнительное кольцо из кожи и откачали воздух изнутри полушарий. В результате давление наружного воздуха сжало полушария так крепко, что 8 лошадей с одной стороны и 8 с другой не могли разъединить полушария. Когда же лошади сумели рывком разнять полушария, раздался грохот, как от выстрела.



Давайте вычислим силу давления воздуха, действующую на полушария: $F_{\text{давления}} = P \cdot S$. Атмосферное давление равно 10^5 Па, площадь окружности диаметром 36 см приблизительно равна $0,1 \text{ м}^2$, поэтому сила давления воздуха, которая действует на каждое полушарие, равна приблизительно 10000 Н.

Сила давления воздуха на небольшие полушария равна весу автомобиля!

Кстати, на человека действует сила давления воздуха, приблизительно равная весу слона! *Тогда почему мы не чувствуем действие атмосферного давления?*

Дело в том, что давление *внутри* нас равно атмосферному, поэтому силы, которые действуют на нас изнутри и снаружи, компенсируют друг друга.

«На своей шкуре» почувствовать величину атмосферного давления можно с помощью медицинских банок. Внутри банки создают пониженное давление воздуха, поэтому внутреннее давление организма в буквальном смысле вдавливает участок кожи внутрь банки.

Похожий эффект можно наблюдать при открывании банки варенья. Варенье разливают по банкам горячим. Когда варенье остывает, давление внутри банки уменьшается. Атмосферное давление плотно прижимает крышку к банке, иногда даже вдавливая её. Поэтому открыть крышку не просто, а когда это все же удаётся сделать, раздаётся хлопок.

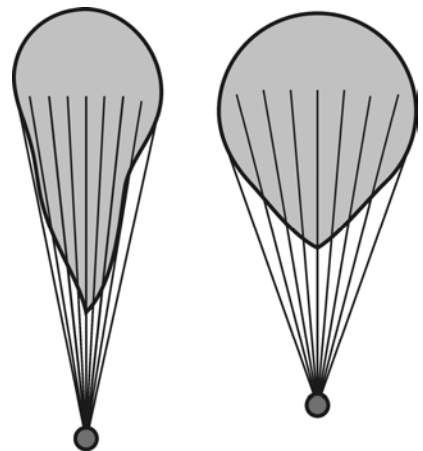
В заключение будет интересно обсудить следующий вопрос. Мы говорили, что движение молекул газа похоже на движение шаров в бильярде. Но мы знаем, что бильярдные шары достаточно быстро останавливаются. Тогда почему молекулы газа не останавливаются и не превращаются в жидкость?

«Воздушные» задачи

1. Оля услышала в прогнозе погоды, что давление воздуха сегодня $p = 100$ кПа, а Стася помнит из уроков географии, что площадь поверхности Земли $S = 500$ млн. км². Помогите им объединить свои знания и оценить массу атмосферы Земли.

Решение. Атмосферное давление создаётся силой тяжести воздуха. По определению давления, сила тяжести воздуха равна произведению давления воздуха и площади поверхности Земли: $Mg = pS$, где M – масса атмосферы. Отсюда получаем, что $M = 5 \cdot 10^{18}$ кг.

2. На рисунке показан один и тот же стратостат, но на различной высоте над землёй. Какой форме стратостата соответствует большая высота подъёма?

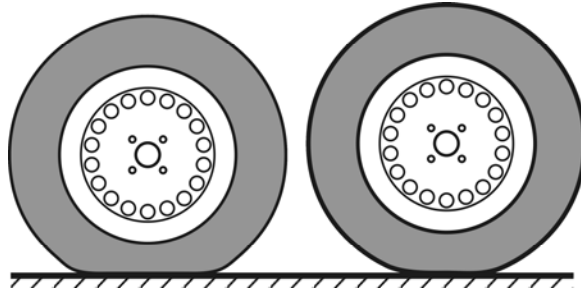


3. Если закрытую пластиковую бутылку вынести на мороз, бутылка с треском сожмётся. Почему?

4. Как зависит давление машины на асфальт от давления воздуха в колёсах?

Решение. Колесо автомобиля не идеально круглое. На слабо накаченных колёсах хорошо видно, что снизу колесо слегка сплющено. Поэтому колесо касается дороги достаточно большой частью, которая называется пятном контакта. Чем больше давление в шинах, тем более круглым становится колесо. Например, на рисунке правое колесо накачено сильнее, чем левое.

Чем больше давление воздуха в колёсах, тем меньше площадь пятна контакта и тем больше давление машины на асфальт.



5. Известно, что давление газа увеличивается при увеличении температуры газа. Тогда почему зимой и летом атмосферное давление приблизительно одинаково?

10.4. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Данная тема обычно относительно тяжело воспринимается, поэтому на неё следует отвести достаточное количество занятий. Тема рассмотрена достаточно подробно, с большим количеством примеров. Настоятельно рекомендуется проделать и подробно разобрать на занятиях все описанные ниже эксперименты.

В жидкостях нет жёстких связей между молекулами, поэтому жидкости, как и газы, могут принимать произвольную форму. Но жидкости не занимают весь объём сосуда, а растекаются так, чтобы занять наиболее низкое положение, аналогично тому, как твёрдые тела падают вниз под действием силы тяжести.

Что будет, если в боковой стенке сосуда с водой проделать небольшое отверстие?

Вода начнёт вытекать из отверстия. Это значит, что жидкость оказывает давление на боковые стенки сосуда. Теперь проделаем в сосуде ещё несколько отверстий на той же высоте. Мы увидим, что вода вытекает из всех отверстий с одинаковой скоростью. Это значит, что давление в жидкости на одном уровне одинаковое.

Важно отметить, что покоящиеся жидкости всегда оказывают давление перпендикулярно к стенкам сосуда. Это связано с тем, что жидкость легко изменяет свою форму.

Предположим, что в некоторый момент сила давления жидкости направлена под углом к стенке (см. левый рисунок). В этом случае на жидкость будет действовать сила, направленная влево вдоль стенки, и жидкость будет перетекать влево (см. средний рисунок). В результате давление жидкости слева будет увеличиваться, а справа – уменьшаться. Жидкость будет перетекать до тех пор, пока сила давления жидкости не станет направлена перпендикулярно к стенке.

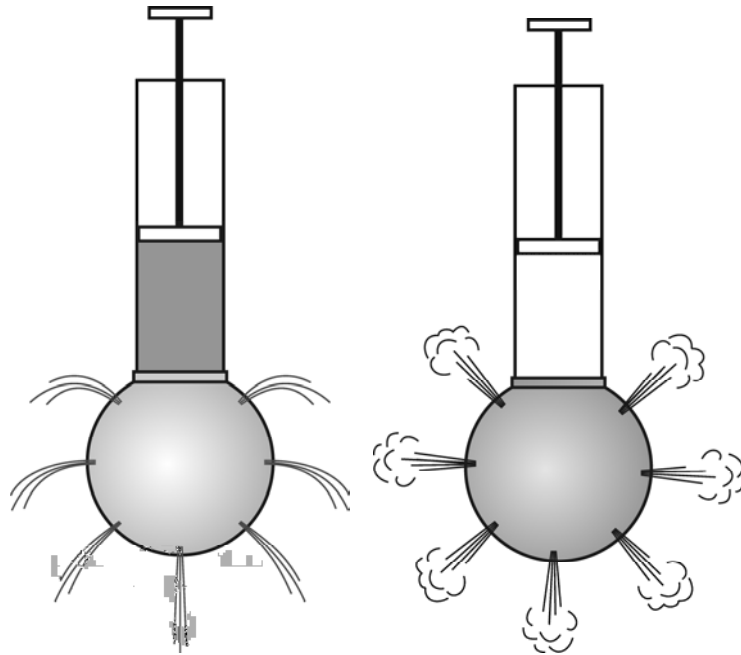


Но ещё более удивительно то, что жидкость может оказывать давление вверх. Чтобы в этом убедиться, возьмём шар, в котором проделано несколько одинаковых отверстий (такой шар называют шаром Паскаля). Ес-

ли мы будем под давлением закачивать воду в шар, вода будет вытекать из отверстий с одинаковой скоростью.

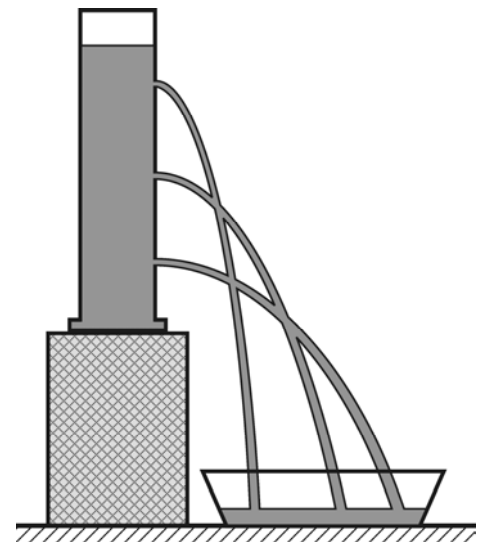
Аналогичный эксперимент можно проделать для газов. Чтобы увидеть выходящие из шара струйки газа, можно использовать дым.

Из этого эксперимента можно сделать важный вывод: *покоящиеся жидкости и газы передают оказываемое на них давление по всем направлениям одинаково.* Это свойство жидкостей и газов называется законом Паскаля.



Из шара Паскаля вода вытекает под действием внешнего давления, которое одинаково передаётся во все точки шара.

Теперь возьмём высокий сосуд с водой и сделаем в нём три отверстия на разной высоте. Заметим, что чем ниже расположено отверстие, тем быстрее из него вытекает вода. В этом случае вода сама создаёт давление, которое заставляет её вытекать из сосуда. Из этого эксперимента очевидно, что давление жидкости увеличивается с глубиной.



В жидкости, также как и в атмосфере, давление создаётся весом жидкости, расположенной сверху.

Получим формулу, описывающую зависимость давления жидкости от глубины. Для этого мысленно выделим в жидкости объём в форме вертикального цилиндра. Обозначим площадь основания цилиндра S , а высоту цилиндра h . Пусть давление на верхнюю грань цилиндра равно P_0 , а дав-

ление на нижнюю грань равно P_1 . Тогда сверху вниз на цилиндр действует сила, равная $P_0 \cdot S$. На нижнюю грань действует, сила равная $P_1 \cdot S$ и направленная вверх. Также на цилиндр действует сила тяжести mg .

Давление воды слева и справа одинаково. Поэтому силы, которые действуют на боковую поверхность цилиндра, взаимно компенсируются.

Жидкость внутри цилиндра находится в равновесии, следовательно суммарная сила, действующая на цилиндр, равна нулю.

$$P_1 \cdot S = P_0 \cdot S + mg$$

Теперь выразим массу воды в цилиндре через его объём: $mg = \rho_{\text{ж}} Vg = \rho_{\text{ж}} hSg$.

$$P_1 \cdot S = P_0 \cdot S + \rho_{\text{ж}} hSg$$

Теперь можно сократить на площадь, тогда окончательно получаем:

$$P_1 = P_0 + \rho_{\text{ж}} gh$$

$\Delta P = \rho_{\text{ж}} gh$ – гидростатическое давление, или давление столба жидкости.

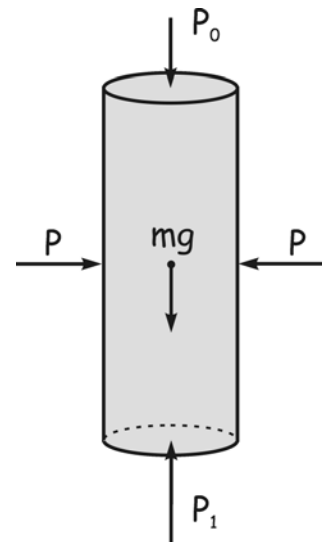
Можно заметить, что по мере вытекания воды из сосуда высота столба воды уменьшается, поэтому уменьшается давление около отверстия и снижается скорость вытекания воды.

А можно ли сделать так, чтобы вода вытекала из отверстия с постоянной скоростью?

Французский физик Эдм Мариотт предложил закрыть сосуд пробкой и вставить в неё тонкую трубочку.

Почему вода не затекает в трубочку?

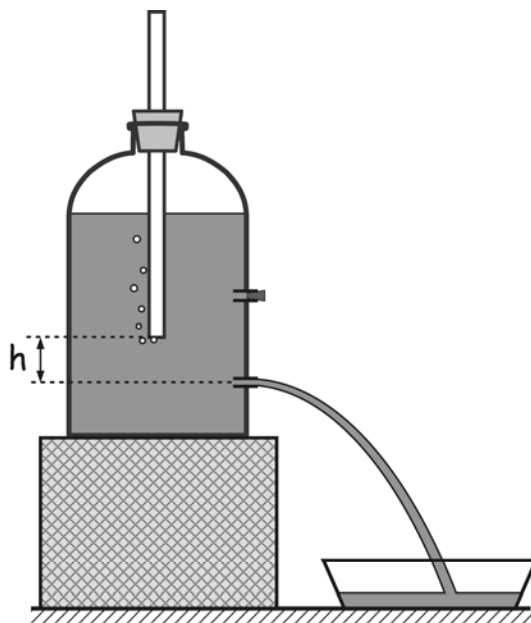
Вода может затекать в трубочку только в самом начале. Когда вода начинает вытекать из сосуда, увеличивается объём воздуха в сосуде, соответственно уменьшается его давление. Давление воздуха в трубке всегда равно атмосферному давлению, поэтому уровень воды в трубке опускается. Когда давление воды на уровне конца трубки станет равно атмосферному, вода полностью вытечет из трубочки.



Когда давление воды на уровне границы трубочки станет меньше атмосферного, воздух начнёт поступать в сосуд через трубочку. Об этом свидетельствуют выходящие из трубочки пузырьки воздуха.

Почему скорость вытекания воды из сосуда Мариотта будет постоянной?

Скорость вытекания воды определяется давлением воды на уровне отверстия. Давление на уровне конца трубочки всегда равно атмосферному давлению p_A , поэтому давление на уровне отверстия равно $p_A + \rho gh$. В этом выражении h – разница в высоте уровня нижнего конца трубочки и отверстия в сосуде.



Опуская и поднимая трубочку, можно регулировать давление воды и скорость вытекания воды из отверстия.

Что будет, если трубочку опустить ниже отверстия?

Когда конец трубочки будет на уровне отверстия, давление воды в сосуде на уровне отверстия станет равно атмосферному, поэтому вода перестанет вытекать из сосуда. Если опустить трубочку ещё ниже, в неё начнёт затекать вода и заполнит трубочку до уровня отверстия.

Что будет, если открыть верхнее отверстие?

Когда конец трубочки опущен ниже верхнего отверстия, давление в сосуде на уровне верхнего отверстия меньше атмосферного. Поэтому если открыть верхнее отверстие, воздух в сосуд будет поступать через него, а трубочка заполнится водой до уровня отверстия.

«Жидкие» задачи

Для разминки. Винни-Пух любит салат с подсолнечным маслом, а Пятачок – с уксусом. Винни и Пятачок отправились в путешествие и взяли с собой уксус и подсолнечное масло для заправки салата, причём налили обе жидкости в одну бутылку. Объясните, как можно из этой бутылки налить именно то, что нужно?

Решение. Масло и уксус не смешиваются. Плотность масла меньше плотности уксуса, поэтому в бутылке масло будет находиться сверху, а

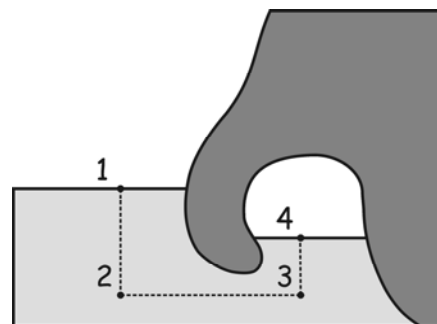
уксус снизу. Если аккуратно наклонить бутылку, можно налить масло. Если вначале перевернуть закрытую бутылку горлышком вниз, а затем открыть её, можно налить уксус.

1. В стакан налили 10 см воды, а сверху налили 5 см масла с плотностью 900 кг/м^3 . Найдите давление на дно сосуда.

Решение. В данном случае давление на дно складывается из давления столба воды $p_B = \rho_B g h_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0.1 \text{ м} = 1000 \text{ Па}$ и давления столба масла $p_M = \rho_M g h_M = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0.05 \text{ м} = 450 \text{ Па}$. Суммарное давление на дно равно 1450 Па .

2. В цилиндрический сосуд, площадь которого равна 20 см^2 , налили 1 литр воды. Каким будет давление воды на стенки сосуда на высоте 10 см от дна?

3. Вода вымыла в прибрежной скале небольшую пещеру. Уровень воды в пещере на 1 метр ниже, чем в море. Определите давление воздуха в пещере.



Решение. Вначале нужно найти точку, в которой давление известно. Например, можно заметить, что в точке 1 на границе воды и воздуха давление равно атмосферному.

Теперь вычислим давление в точке 2. По формуле для гидростатического давления получаем, что $P_2 = P_1 + \rho_B g h_{12}$.

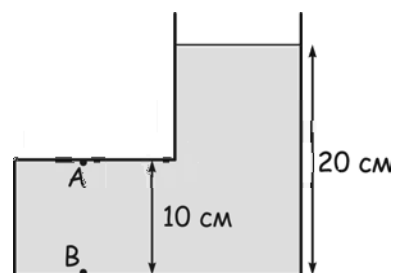
Точка 3 расположена на одинаковой глубине с точкой 2, поэтому давления в этих точках равны: $P_3 = P_2$.

Теперь мы должны из точки 3 подняться вертикально вверх, тогда мы попадём в точку 4. Давление в этой точке равно $P_4 = P_3 - \rho_B g h_{43}$.

Окончательно получаем, что давление в точке 4 равно $P_4 = P_1 + \rho_B g h_{14}$. По условию задачи известно, что разница уровней воды в пещере и в море составляет $h_{14} = 1 \text{ м}$. Подставим также числовые значения плотности воды и ускорения свободного падения, а также учтём, что атмосферное давление равно 100 кПа . Получим:

$$P_4 = 100 \text{ кПа} + 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 1 \text{ м} = 110 \text{ кПа}.$$

4. На десятом этаже давление воды в батарее равно 200 кПа , на седьмом этаже давление равно 300 кПа . Найдите давление на первом этаже и расстояние между этажами.



5. В сосуд на рисунке налита вода. Высота левой части равна 10 см, а высота правой части равна 20 см. Сосчитайте давление воды в точках А и В.

6. Влад пришёл на занятия раньше всех и тайком собрал в лаборатории четыре экспериментальные установки для изучения давления жидкостей:

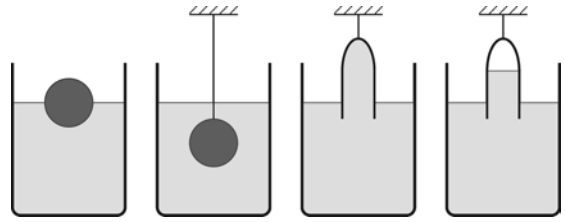
а) плавающий деревянный шарик, погруженный в воду наполовину;

б) стальной шар, подвешенный на нити, погруженный в воду;

в) полностью заполненная водой пробирка;

г) наполовину заполненная пробирка.

Уровень воды в сосудах одинаковый. Расположите эти установки по мере возрастания давления на дно.

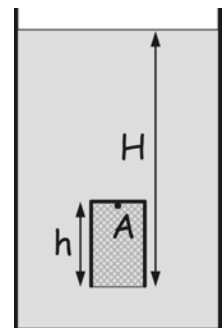


Решение. Для того чтобы найти неизвестное давление на дно, нужно вначале найти точку, в которой давление известно. В данной задаче давление на границе воды и воздуха во всех установках равно атмосферному давлению. Соответственно давление на дно сосуда больше на величину гидростатического давления воды в сосуде. Но поскольку уровень воды во всех сосудах одинаковый, давление воды на дно также одинаковое.

Заметим, что в установках в) и г) уровень воды в пробирке выше уровня воды в сосуде. Но это значит лишь то, что давление в пробирках меньше, чем атмосферное давление. Если мы поместим эти установки в безвоздушное пространство, то вода из пробирок выльется.

7. Известно, что вода при нагревании расширяется. Как изменяется давление воды на дно сосуда при нагревании, если считать, что сосуд при нагревании не расширяется? Как изменится ответ, если сосуд при нагревании расширяется?

Решение. При нагревании плотность жидкости уменьшается, а высота столба жидкости увеличивается. Поэтому в данной задаче формула для гидростатического давления только запутывает, удобно представить давление воды как отношению веса воды к площади сосуда. При нагревании вес воды не изменяется. Если сосуд не расширяется, то давление на дно не изменяется. Если сосуд расширяется, площадь дна увеличивается, следовательно давление на дно уменьшается.



8. Ведро наполовину заполнено водой. В него опустили руку, не касаясь дна. Как изменилось давление воды на дно ведра?

9. Цилиндрический стакан высотой $h = 0,1$ м наполнили маслом с плотностью $0,9$ г/см³. Затем его открытым концом вниз погружают в большое ведро с водой. Найдите давление масла в стакане в отмеченной точке А около дна стакана (см. рисунок), если нижний конец стакана находится на глубине $H = 30$ см.

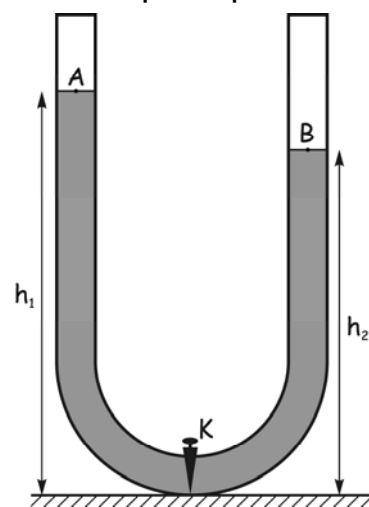
Сообщающиеся сосуды

Сообщающимися называются сосуды, которые соединены между собой трубкой, заполненной жидкостью. Хорошо всем знакомый пример сообщающихся сосудов – это чайник с носиком.

Где ещё можно встретить сообщающиеся сосуды?

Самый простой пример сообщающихся сосудов – это U-образная трубка.

Возьмём трубку с краном К, который изначально закрыт. Налейм в левое колено U-образной трубки воду до уровня h_1 , а в правое – до уровня h_2 (коленами называют левую и правую части U-образной трубки).

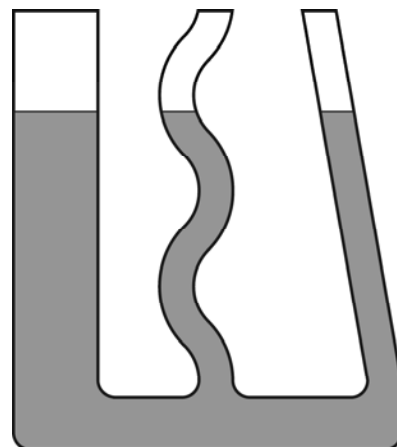


Очевидно, что в точках А и В на границе воды с воздухом давление равно атмосферному. Теперь посчитаем давление внизу трубки около крана. Слева действует столб воды высотой h_1 , который создаёт давление $\rho_{\text{в}}gh_1$. Давление воды справа равно $\rho_{\text{в}}gh_2$.

Если мы откроем кран, вода начнёт перетекать из левого колена трубки в правое. Равновесие в трубке установится когда давление воды слева и справа от крана будет одинаковым. Следовательно, высота уровня воды в обоих коленах трубки будет одинаковой.

Как мы знаем, давление жидкости зависит только от высоты столба жидкости. Это справедливо, в том числе, для сосудов сложной неправильной формы, поэтому в сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, давление на одном уровне одинаково. Отсюда непосредственно следует закон сообщающихся сосудов:

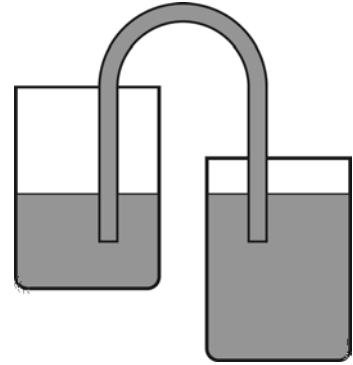
В сообщающихся сосудах поверхность однородной жидкости устанавливается на одном уровне.



На рисунке показаны сосуды, которые сообщаются через трубку, идущую сверху. В этом случае также справедлив закон сообщающихся сосудов.

Подумайте, почему жидкость не вытекает из трубки в сосуд?

Похожим образом устроен сифон – это заполненная жидкостью трубка, по которой жидкость под действием силы тяжести перетекает из сосуда с более высоким уровнем воды в сосуд с более низким уровнем воды.

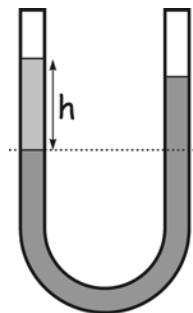


«Сообщающиеся» задачи

1. U-образная трубка наполовину заполнена водой. В левое колено трубки аккуратно налили керосин, высота столба керосина равна h . Плотность воды равна $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность керосина $\rho_k = 800 \text{ кг/м}^3$. Будут ли поверхности воды и керосина находиться на одинаковом уровне? Если нет, то на сколько будут отличаться уровни воды и керосина?

Решение. Ничто не запрещает уровням воды и керосина быть различными. Согласно закону сообщающихся сосудов на одинаковом уровне устанавливаются только границы однородной жидкости.

В однородной жидкости давление на одном уровне одинаково, поэтому в нижней части трубки, которая заполнена водой, давление воды в двух коленах на одном уровне будет одинаковым. Отсюда следует, что давление в левом и правом коленах на уровне пунктирной линии будет одинаковым. В левом коленах это давление создаёт столб керосина высотой h (атмосферное давление слева и справа одинаково, поэтому его можно не учитывать). Давление столба керосина равно $P = \rho_k g h$. Обозначим высоту столба воды в правом коленах x , тогда давление воды $P = \rho_v g x$. Отсюда высота столба

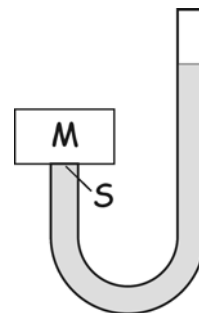


воды $x = \frac{\rho_k h}{\rho_v}$. Следовательно, разница уровней воды и керосина равна

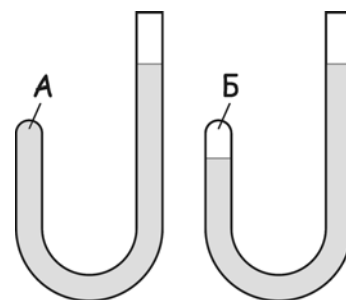
$$h - x = \frac{\rho_v - \rho_k}{\rho_k} h.$$

2. U-образная трубка наполовину заполнена ртутью. Затем в одно колено трубки налили $h = 10$ см масла плотностью $\rho_m = 900$ кг/м³. В другое колено налили неизвестную жидкость с плотностью $\rho = 1200$ кг/м³. После этого уровень ртути не изменился. Найдите высоту уровня неизвестной жидкости.

3. Площадь сечения U-образной трубки равна S , один конец трубки закрыт тяжёлой крышкой массой M . Насколько уровень воды в правом колене трубки может быть выше, чем в левом? Насколько масса воды в правом колене больше, чем в левом?



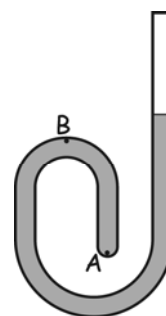
4. Влад нашёл в лаборатории две одинаковые изогнутые трубки, запаянные с одного конца. Обе трубки заполнены водой до одинакового уровня, но в одной из трубок оказался пузырёк. Где давление больше: в точке А или В?



Решение. В воздухе давление можно считать постоянным, поэтому в точке В давление такое же, как и на границе пузырька воздуха с жидкостью. В сообщающихся сосудах давление жидкости на одном уровне одинаково. Давление воды в точках А и В создаётся разницей уровней жидкости в правом и левом коленах трубки. В правой трубке из-за пузырька воздуха эта разница больше. Поэтому давление в точке В больше, чем в точке А.

5. Влад в физической лаборатории нашёл U-образную трубку. Он налил в неё воду, а затем один конец залепил жвачкой. Какое избыточное давление воздуха нужно создать в залепленной части трубки, чтобы уровень воды во второй части повысился на 10 см? Сечение трубки везде одинаковое.

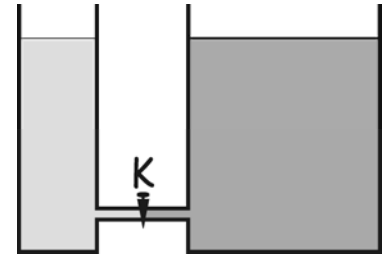
Решение. Уровень воды может повыситься, только если в открытую часть трубки перетечёт часть воды из закрытой части трубки. Следовательно, в закрытой части трубки уровень воды понизится на 10 см и разница уровней воды в трубке будет равна 20 см. Следовательно, в закрытой части трубки давление воздуха должно быть на 2000 Па больше атмосферного давления.



6. На сколько изменится давление воды в точках А и В, если в открытую часть трубки дополнительно налить 10 см воды?

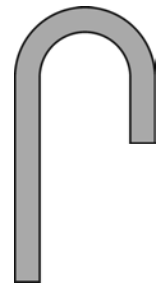
7. В левом сосуде налит керосин, а в правом – вода. Вначале кран К перекрыт, а уровни жидкостей в сосудах одинаковые. Известно, что плот-

ность воды больше плотности керосина. Опишите, что будет происходить, если открыть кран.



Решение. Плотность воды больше плотности керосина, следовательно давление справа от крана будет больше, чем слева. Если кран открыть, вода будет перетекать в сосуд с керосином, пока давления в обоих сосудах на уровне крана не выровняются. Нужно отдельно разобрать случай, когда после установления равновесия уровень воды в сосуде с керосином будет ниже уровня трубки. Тогда в трубке будут граничить вода и керосин, при этом около верхней границы трубки давление керосина будет немного больше, чем давление воды на том же уровне. И наоборот, около нижней границы трубки давление воды будет больше, чем давление керосина. Если трубка достаточно тонкая, то разница давлений будет компенсироваться изгибом границы жидкостей. Но если трубка толстая, то по верхней половине трубки керосин будет перетекать в сосуд с водой, а вода в сосуд с керосином. Равновесие установится только тогда, когда уровень воды в левом сосуде достигнет верхней границы трубки.

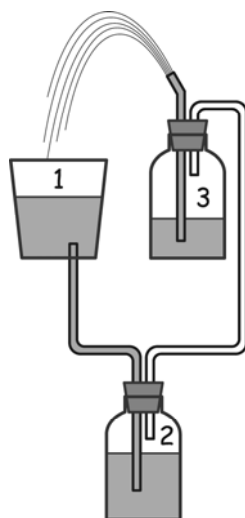
8. Тонкая U-образная трубка с коленами различной длины перевернута концами вниз. Вначале концы трубки закрыты, а сама трубка заполнена жидкостью. Что произойдёт, если открыть один конец трубки? Одновременно открыть оба конца трубки?



9. Концы U-образной трубки выше уровня воды в ней на величину $h = 10$ см. В левое колено аккуратно наливают керосин до тех пор, пока его уровень не достигает края трубки. Найдите высоту столба керосина. Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность керосина 800 кг/м^3 .

Решение. Керосин оказывает избыточное давление на воду, под действием которого она перетекает из левого колена трубки в правое. Пусть уровень воды в правом колене трубки увеличился на x , тогда в левом колене уровень воды уменьшился на x , а высота столба керосина равна $h + x$. Давление керосина уравнивает давление столба воды высотой $2x$, то есть $2x\rho_{\text{в}}g = (h + x)\rho_{\text{к}}g$, отсюда $x \approx 6,7$ см. Следовательно, высота столба керосина в левом колене равна $16,7$ см.

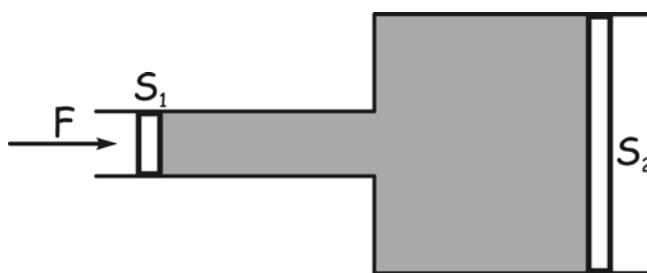
На рисунке показана схема фонтана, предложенная Героном Александрийским. Постарайтесь самостоятельно разобраться, как работает фонтан Герона.



Указание. Сравните давление воздуха в сосудах 1, 2 и 3.

Гидравлический пресс

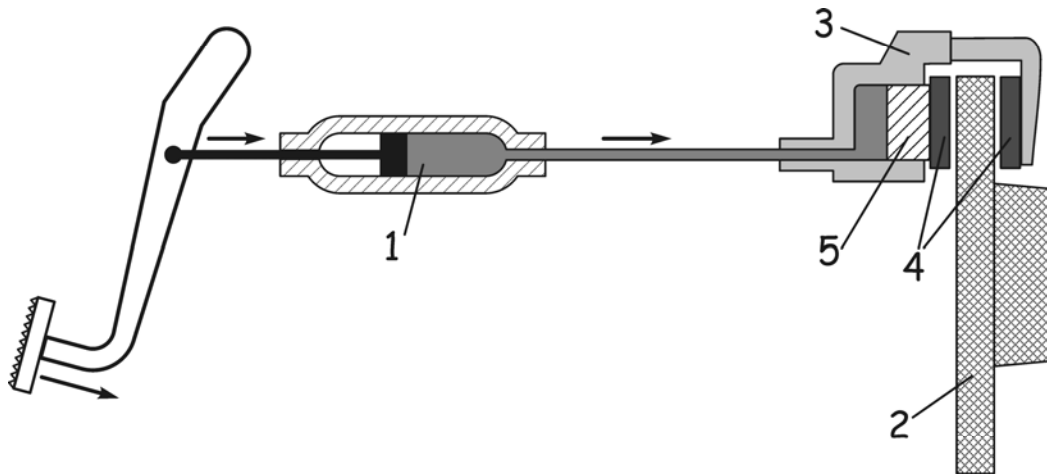
Один из видов сообщающихся сосудов – это гидравлический пресс. На рисунке показана схема, которая иллюстрирует принцип действия гидравлического пресса.



Если на маленький поршень слева надавить с силой F , то поршень создаст в жидкости добавочное давление, равное $p = F/S_1$. По закону Паскаля это давление передаётся на второй поршень. Следовательно, сила давления жидкости, которая действует на большой поршень, равна $F \frac{S_2}{S_1}$.

Гидравлический пресс позволяет многократно увеличивать силу. Но, чтобы сдвинуть большой поршень на расстояние L , маленький поршень придётся сдвинуть на *большее* расстояние $L \frac{S_2}{S_1}$.

Заметьте, произведение силы на перемещение поршня сохраняется!



По принципу гидравлического пресса устроена тормозная система в автомобилях. Мы рассмотрим устройство наиболее распространённой тормозной системы с дисковыми тормозными механизмами. Тормозной механизм расположен на каждом колесе автомобиля и состоит из тормозного диска (2), который вращается вместе с колесом, и суппорта (3) с тормозными колодками (4), которые неподвижны относительно автомобиля.

Когда водитель нажимает на педаль тормоза, она перемещает поршень и выталкивает тормозную жидкость из главного тормозного цилиндра (1). Затем тормозная жидкость по шлангам перетекает в суппорты (3). Внутри суппорта расположен тормозной цилиндр с поршнем (5). Тормозная жидкость толкает поршень вправо, а сам суппорт – влево, в результате тормозные колодки (4) зажимают тормозной диск (2), и автомобиль останавливается. Заметим, сила, с которой колодки прижимаются к диску, может быть гораздо больше силы, с которой водитель давит на педаль тормоза.

Измерение атмосферного давления. Опыт Торричелли

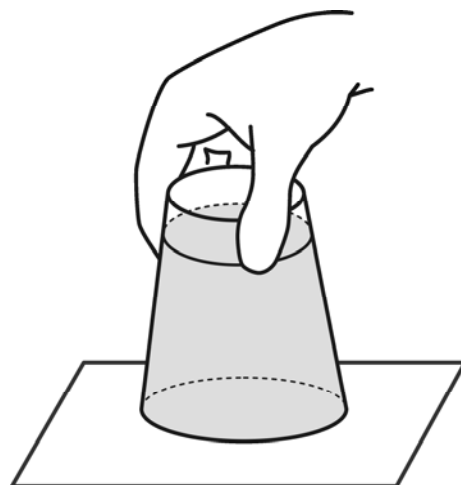
Теперь поговорим о том, как можно измерить атмосферное давление.

Вначале сделаем простой эксперимент. Налейём в стакан воды и накроем сверху листом бумаги. Затем, придерживая листок рукой, аккуратно перевернём стакан вверх дном. Теперь руку можно убрать. Листок бумаги словно приклеится к стакану.

Почему листок бумаги не падает?

Снизу на листок действует сила давления воздуха. Сверху действуют сила давления воздуха в стакане и сила тяжести воды. Листок не падает, потому что действующие на него силы уравновешивают друг друга.

Но это возможно, только если давление воздуха в стакане меньше атмосферного. Почему же давление воздуха в стакане уменьшается? После того, как мы переворачиваем стакан, бумажка немного опускается. Вода смачивает бумажку и не позволяет воздуху проникать в стакан, поэтому объём воздуха в стакане увеличивается, а давление уменьшается.

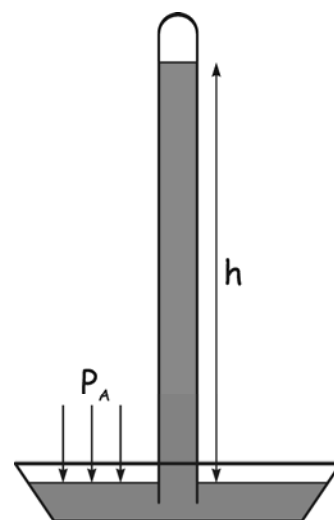


В качестве развлечения можно сделать следующий эксперимент.

В небольшом блюде налита вода, а под водой лежит монетка. Попробуйте достать монетку, не замочив рук. Для этого имеются пустой стакан и спички.

Можно подождать, пока вся вода испарится, но есть гораздо более быстрый способ. Нужно спичкой нагреть воздух в стакане и поставить стакан на блюде вверх дном. Воздух в стакане остынет и его давление уменьшится, поэтому стакан засосёт в себя воду, а монетка останется лежать на блюде.

С помощью похожего эксперимента Эванджелиста Торричелли впервые измерил атмосферное давление. Он взял достаточно длинную стеклянную трубку, запаянную с одного конца, и наполнил её ртутью. Затем Торричелли аккуратно опустил трубку открытым концом в резервуар с ртутью и поставил трубку вертикально. При этом часть ртути вылилась из трубки в резервуар, а сверху трубки образовалась пустота. Торричелли понимал, что воздух не может проникнуть в верхнюю часть трубки, поэтому он предположил, что давление в верхней части трубки равно ну-



лю. Давление воздуха на поверхности резервуара равно атмосферному, поэтому давление столба ртути в трубке должно быть равно атмосферному давлению.

Плотность ртути приблизительно равна 13600 кг/м^3 . При нормальном атмосферном давлении высота столба ртути в трубке равна 760 мм. По этим данным нетрудно вычислить, что нормальное атмосферное давление равно

$$P_A = \rho_{\text{рт}}gh = 13600 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 0,76 \text{ м} \approx 101 \text{ кПа}.$$

Как мы знаем, давление измеряется в паскалях. Но атмосферное давление исторически принято измерять в миллиметрах ртутного столба. Есть даже специальная единица измерения атмосферного давления – торр. Она названа в честь Торричелли и равна 133 Па, то есть давлению ртутного столба высотой 1 мм.

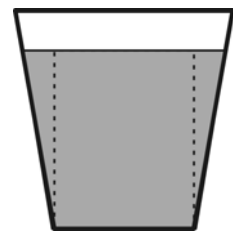
Кстати, прибор для измерения атмосферного давления называется барометром.

Гидростатический парадокс

Вероятно, вы уже хорошо усвоили, что гидростатическое давление жидкости зависит только от высоты столба жидкости. Поэтому в сосудах различной формы сила давления жидкости на дно сосуда может быть как больше, так и меньше силы тяжести жидкости. Это свойство жидкостей называется гидростатическим парадоксом.

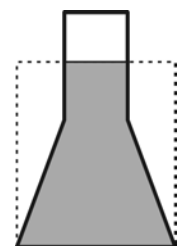
Подумайте, в каком сосуде сила давления жидкости на дно меньше веса жидкости?

Интуитивно очевидно, что такой сосуд должен иметь маленькое дно. Например, в расширяющемся кверху сосуде на дно давит только выделенная пунктиром часть жидкости. Поэтому сила давления на дно меньше силы тяжести жидкости.



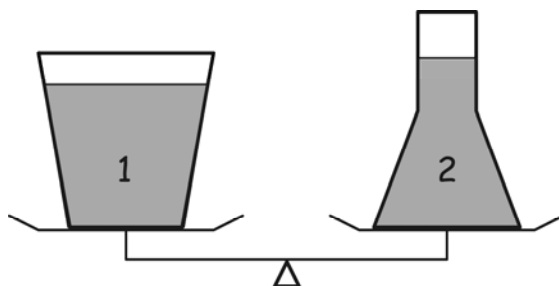
В сосуде какой формы сила давления жидкости на дно больше веса жидкости?

В сужающемся кверху сосуде сила давления жидкости на дно меньше веса жидкости. Пример такого сосуда показан на рисунке. Сила давления жидкости на дно сосуда равна силе тяжести выделенного пунктиром объёма. Очевидно, что эта сила больше веса жидкости в сосуде.



1. В невесомые сосуды на рисунке налито одинаковое количество воды. В сосуде 2 сила давления воды на дно больше веса воды, а в сосуде 1 – меньше веса жидкости. Два сосуда поставили на чашечные весы, какой из них перевесит?

Решение. Вначале рассмотрим первый сосуд. В этом сосуде вода давит на дно и на стенки сосуда. Давление воды направлено перпендикулярно стенкам, поэтому в таком сосуде есть компонента силы давления, которая направлена вниз. Эта сила в точности равна весу воды, расположенной над наклонными стенками сосуда.

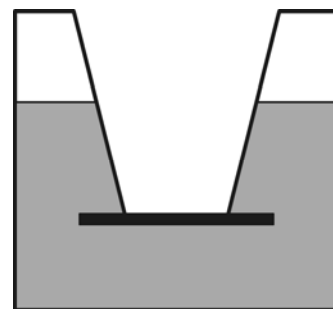


Во втором сосуде сила давления воды на дно больше, чем сила тяжести воды. Но сила давления воды на стенки имеет компоненту, направленную вверх. Эта сила в точности компенсирует разницу между силой давления на дно и весом жидкости. В этом заключается разгадка гидростатического парадокса.

Таким образом, вес каждого сосуда в точности равен весу воды в нём (по условию задачи сами сосуды невесомые).

На весах мы сравниваем не силу давления на дно, а именно вес сосудов. Поскольку в оба сосуда налито одинакового количества воды, весы будут в равновесии.

2. В сосуде имеется отверстие в форме конуса. Снизу отверстие закрыли крышкой и налили в сосуд воду. Почему крышка не падает? По расчётам Серёжи, для того чтобы крышка утонула, на неё нужно поставить груз массой не менее 100 г. Упадёт ли крышка, если в отверстие налить 100 г воды?

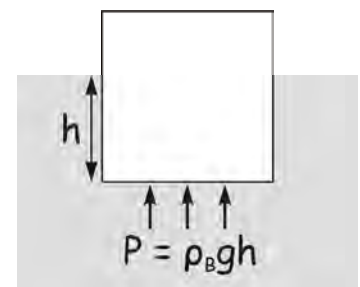


Решение. Крышка не падает, потому что снизу на неё действует сила давления воды. Если налить в отверстие 100 г воды, на крышку будет давить только вода, которая находится непосредственно над крышкой. Поэтому сила давления воды на крышку будет меньше веса воды, а значит, крышка не упадёт.

10.5. СИЛА АРХИМЕДА

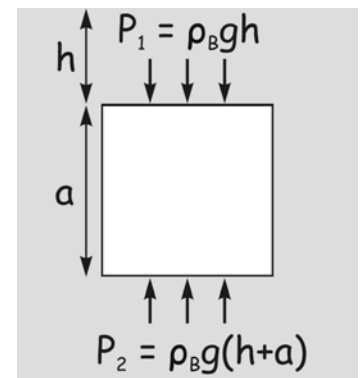
Если деревянный кубик опустить в воду, он не утонет, а будет плавать на поверхности. Это значит, что в воде на плавающие тела действует сила, которая выталкивает их из воды и компенсирует силу тяжести. Сила давления жидкости всегда направлена перпендикулярно поверхности, поэтому на боковые грани кубика сила давления воды действует горизонтально, а силы, действующие на противоположные боковые грани, компенсируются.

Давление воды внизу кубика равно $P = \rho_B gh$, поэтому на нижнюю грань кубика действует сила давления воды, равная $P \cdot S = \rho_B ghS$. Можно заметить, что hS – это объём погружённой части кубика. Поэтому силу, действующую на кубик, можно представить как $\rho_B gV$. Здесь V – объём погружённой части кубика. Полезно заметить, что действующая на кубик сила равна весу вытесненной воды.

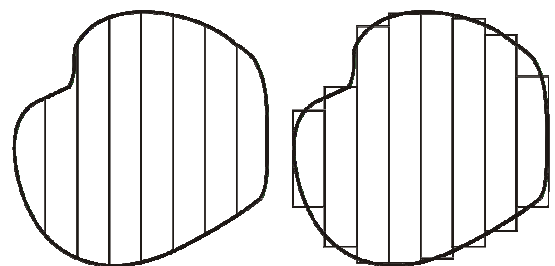


Теперь рассмотрим полностью погружённый в жидкость кубик. Сила давления воды, действующая на противоположные боковые грани кубика, также компенсируется.

Давление воды на верхней грани кубика равно $P_1 = \rho_B gh$. Давление воды на нижней грани равно $P_2 = \rho_B g(h+a)$. Соответственно, сила давления на верхнюю грань кубика равна $F_1 = \rho_B ghS$ и направлена вниз, а сила давления воды на нижнюю грань равна $F_2 = \rho_B g(h+a)S$ и направлена вверх. Поэтому суммарная сила, действующая на кубик, равна $F = \rho_B gaS$. Нам осталось заметить, что произведение площади и высоты даёт объём кубика. Окончательно получаем, что $F = \rho_B gV$.



Мы рассмотрели силы, действующие на кубик. Такие же рассуждения можно повторить для прямоугольного параллелепипеда. Теперь рассмотрим тело произвольной формы. Его можно разрезать на вертикальные кусочки, подобно тому, как нарезают картошку фри. Затем каждый такой кусочек можно заменить параллелепипедом, как показано на рисунке. Чем уже будут кусочки, тем точнее параллелепипеды будут повторять форму тела.



Точно также на экране монитора предметы отображаются с помощью маленьких квадратиков – пикселей. Но размер пикселей настолько мал, что наши глаза воспринимают края объектов как гладкие линии.

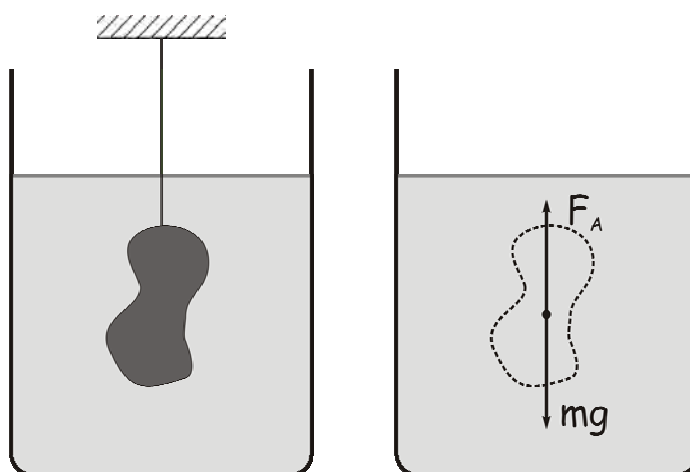
Итак, мы заменили тело произвольной формы на много прямоугольных параллелепипедов. На каждый из них действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной им жидкости, поэтому на тело произвольной формы со стороны жидкости действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной им жидкости.

Сила, которая действует на погружённое в жидкость тело, называется силой Архимеда. Эта сила равна весу вытесненной телом воды и направлена вверх:

$$F_A = \rho_{\text{ж}} g V$$

Рассмотрим ещё одно рассуждение, которое позволяет получить силу Архимеда.

Возьмём два одинаковых стакана с водой. Затем в один из них опустим тело, а в другой дольём воды так, чтобы уровень воды в обоих стаканах был одинаковым. Теперь мысленно выделим во втором стакане объём, который в первом стакане занимает тело. На выделенный объём жидкости действуют две силы – сила тяжести и сила давления со стороны воды.



Очевидно, что вода во втором стакане будет находиться в равновесии. Значит, действующая на выделенный объём воды выталкивающая сила, равна весу жидкости в этом объёме и направлена вверх. На тело в первом сосуде действует такая же сила давления со стороны воды, потому что форма и размер выделенного объёма такие же как у тела. Таким образом, на тело, погруженное в воду, действует выталкивающая сила, равная по величине весу вытесненной телом воды и направленная вверх. Эта сила называется силой Архимеда.

При каком условии тело будет всплывать в воде?

Если тело всплывает, значит действующая на полностью погружённое тело сила Архимеда больше, чем сила тяжести тела. Это значит, что плотность тела меньше плотности воды.

В заключение сделаем несколько важных замечаний.

Сила Архимеда действует не только в жидкости, но и в воздухе. Но поскольку плотность воздуха приблизительно в 1000 раз меньше плотности жидкости, действие силы Архимеда со стороны воздуха заметно только для тел с маленькой плотностью, например воздушных шариков.

В случае, когда плотность тела меньше плотности жидкости, тело плавает. Если плотность тела больше плотности жидкости, тело тонет. Но подводные лодки умеют плавать на заданной глубине. Как такое возможно? Попробуйте придумать, как изготовить тело, которое бы могло плавать в толще воды, не погружаясь на дно и не всплывая на поверхность.

Строго говоря, даже если удастся изготовить тело, плотность которого будет в точности равна плотности воды, то равновесие тела в воде будет неустойчивым. Однако можно проделать следующий трюк. Известно, что плотности пресной и солёной воды немного различаются. Картошка тонет в пресной воде, но будет плавать в солёной воде. Нужно вначале опустить картошку в солёную воду, а сверху аккуратно налить пресной воды, так чтобы она не перемешалась с солёной.

«Архимедовы» задачи

1. **Для разминки.** 30 воздушных шариков могут поднять тетрадку по физике. На Луне сила тяжести приблизительно в 6 раз слабее. Сколько таких же шариков потребуется, чтобы поднять тетрадку на Луне?

2. Какую силу должен приложить аквалангист Серёжа, чтобы поднять под водой гранитную плиту массой $M = 100$ кг? Известно, что плотность гранита $\rho_{\text{гр}} = 2,5$ г/см³.

3. Кубик массой 18 г плавает в воде. Длина ребра кубика 3 см, найдите объём погружённой части кубика.

Решение. Действующая на кубик сила тяжести уравнивается силой Архимеда, это условие можно записать в виде $mg = \rho_{\text{в}} gV$. Отсюда объём погружённой части кубика $V = m/\rho_{\text{в}} = 18$ см³.

4. У берега небольшого озера плавает деревянная лодка. Сразу после того, как рыбак массой $M = 150$ кг сел в лодку, уровень воды в озере повысился на $h = 1$ см. По этим данным вычислите площадь поверхности озера.

Решение. Когда лодка плавает, действующая на лодку сила Архимеда численно равна её весу, поэтому лодка вытесняет объём воды, масса которого равна массе лодки. Когда рыбак садится в лодку, её масса увели-

чивается на M . При этом объём воды, вытесняемой лодкой, увеличивается на $\frac{M}{\rho_B}$. Вытесняемая вода равномерно распределяется по поверхности

озера. Поэтому площадь поверхности озера равна $\frac{M}{\rho_B h} = 15 \text{ м}^2$.

5. Плот массой M погружён в воду на $2/3$ объёма. Человек какой массы может плавать на плоту, не замочив ноги?

6. Пробковый поплавок массой M привязан нитью к камню и плавает под водой. Найдите действующую на него силу Архимеда. С какой силой он тянет за нитку? Плотность пробки $\rho_{\text{пр}}$ меньше плотности воды.

Решение. Объём поплавка равен $\frac{M}{\rho_{\text{пр}}}$. Следовательно, на погружённый

в воду поплавок действует сила Архимеда, равная $\rho_B g \frac{M}{\rho_{\text{пр}}}$. Эта сила на-

правлена вверх. Также на поплавок действует сила тяжести, равная Mg и направленная вниз. Следовательно, поплавок натягивает нитку, которой он привязан ко дну, с силой, равной разности силы Архимеда и силы тяжести. Окончательно, сила натяжения нити равна

$$Mg \left(\frac{\rho_B}{\rho_{\text{пр}}} - 1 \right) = Mg \frac{\rho_B - \rho_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}}}.$$

7. Учёные обнаружили на Марсе уникальное водное озеро. Для его исследования изготовили плот, который на Земле выдерживает груз массой M . На Марсе сила тяжести приблизительно в 2,5 раза слабее. Какой массы груз выдержит плот на Марсе?

8. Что происходит с уровнем воды относительно бортов корабля, когда корабль из реки выходит в море?

Решение. Плотность морской воды больше из-за растворённой в морской воде соли, поэтому в море корабль вытесняет меньший объём воды, значит уровень воды относительно бортов корабля опускается.

9. На экваторе ускорение свободного падения меньше, чем на полюсе, поэтому вес корабля на экваторе меньше. Как будет отличаться уровень воды относительно бортов корабля на экваторе и на полюсе? Считайте, что вода на экваторе и на полюсе одинаково солёная.

10. В стакане, наполненном водой до краёв, плавает льдинка. Перельёт ли вода через край стакана, когда лёд растает?

Решение. Плавающая льдинка вытесняет объём воды, масса которого равна массе льдинки. Из растаявшей льдинки получится равное по массе количество воды. Поэтому, когда льдинка растает, уровень воды в стакане не изменится.

11. К дну стакана примёрз кубик льда. В стакан налили горячей воды, и через некоторое время лёд подтаял и всплыл. Изменился ли уровень воды в стакане?

12. В небольшом озере плавает лодка. Как изменится уровень воды в озере, если из лодки в озеро выбросить камень?

13. В воде плавает кусок льда с замороженной в него деревянной палкой. Как изменится уровень воды в сосуде, когда лёд растает? Каким будет ответ, если в лёд заморожена стальная гайка?

14. Для подготовки к работе в невесомости космонавты тренируются в бассейне, при этом действующая на них сила тяжести компенсируется силой Архимеда. Есть ли какое-то отличие такой невесомости от настоящей?

15. В Северном ледовитом океане плавает большая льдина толщиной 10 м, на которой находится дрейфующая полярная станция. Полярники пробурили в льдине сквозное отверстие для добычи воды. Какой длины верёвку им необходимо взять, чтобы ведром зачерпнуть воды?

Решение. Плотность льда равна 900 кг/м^3 , поэтому льдина на $9/10$ погружена под воду. Мы считаем, что масса льдины достаточно большая, поэтому полярная станция не влияет на глубину погружения льдины. Льдина погружена в воду на 9 м, значит, верёвки длиной 1 метр будет достаточно для того, чтобы зачерпнуть воду.

16. Кубик с ребром $L = 10 \text{ см}$ и массой $M = 500 \text{ г}$ плотно прилегает ко дну большого аквариума, так что вода не затекает под нижнюю грань кубика. Уровень воды в аквариуме равен $H = 30 \text{ см}$. Вычислите силу, действующую на кубик со стороны воды.

Решение. Вода не затекает под кубик, поэтому на него не действует сила Архимеда. Но вода давит на кубик с боков и сверху. Сила давления воды на противоположные боковые стенки кубика компенсируется. Давление воды на верхнюю грань кубика равно $p = \rho_{\text{в}}g(H - L)$. Следовательно, сила давления воды на верхнюю грань кубика равна $F = p \cdot L^2 = \rho_{\text{в}}g(H - L)L^2$.

17. Когда кусочек марсианского грунта взвесили в воздухе, динамометр показал силу F_1 , а когда его взвесили в воде – F_2 . Найдите плотность марсианского грунта, если плотность воды известна и равна ρ_B .

18. Плотность тела определяется взвешиванием его в воздухе и в воде. При погружении небольшого тела в воду на его поверхности удерживаются пузырьки воздуха, из-за которых получается ошибка в определении плотности. Больше или меньше получается при этом значение плотности?

19. При взвешивании в воздухе тело с плотностью $\rho = 1,5 \text{ г/см}^3$ уравновесили медными гирями общей массой 120 г. Плотность меди 8800 кг/м^3 . Какой должна быть масса уравновешивающих гирь в воде?

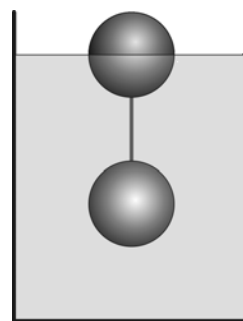
Решение. На воздухе вес тела можно выразить через объём и плотность тела как $P_0 = \rho Vg$. В воде вес тела будет меньше на величину силы

Архимеда $P = (\rho - \rho_B)Vg = \frac{\rho - \rho_B}{\rho} P_0$. Также в воде уменьшается вес медных

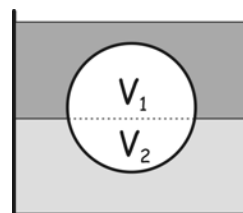
грузов, следовательно масса медных грузов, уравновешивающих тело в

воде, должна быть равна $\frac{\rho - \rho_B}{\rho} \frac{\rho_M}{\rho_M - \rho_B} m_0 \approx 45 \text{ г}$.

20. Два шара одинакового объёма $V = 10 \text{ см}^3$ связаны ниткой и плавают в воде, верхний шар погружен в воду ровно на половину. Известно, что плотность верхнего шара в 3 раза меньше плотности нижнего. Определите силу натяжения нити.



21. Шарик плавает на границе воды и масла с плотностями ρ_B и ρ_M соответственно. Найдите действующую на шарик силу Архимеда.



Решение. Известно, что плотность воды больше плотности масла. Поэтому вода находится снизу, а масло – сверху. Очевидно, что со стороны воды на шарик действует сила Архимеда, равная $\rho_B g V_2$. А действует ли на шарик сила Архимеда со стороны масла? Масло давит на шарик вниз, но одновременно масло давит на воду. Давление масла увеличивает давление воды, и таким образом передаётся шариком снизу. Поэтому на часть шарика, погружённую в масло, действует сила Архимеда, равная $\rho_M g V_1$. Окончательно получаем, что полная сила Архимеда, действующая на шарик, равна $\rho_B g V_2 + \rho_M g V_1$.

22. Куб плавает в ртути, так что он погружён в ртуть на 1/4 часть своего объёма. Какая часть куба будет погружена в ртуть, если поверх ртути налить слой воды, полностью покрывающий куб? Плотность ртути $13,6 \text{ г/см}^3$.

23. Имеется тело неправильной формы, плотность которого заведомо больше плотности воды. Предложите способ измерить плотность этого тела с помощью весов. Какое дополнительное оборудование может потребоваться?

Указание. Можно привязать к телу ниточку и опустить тело в сосуд с водой, не касаясь дна. Как при этом изменится сила натяжения ниточки и вес сосуда с водой?

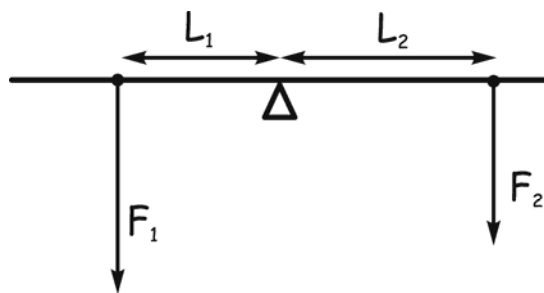
11. Моменты

11.1. ПРАВИЛО РЫЧАГА

Твёрдое тело, способное вращаться вокруг неподвижной опоры, называют рычагом.

Перед объяснением теории можно предложить ребятам самостоятельно найти условие равновесия рычага. Для этого потребуется рычаг, гирьки и динамометр. Нужно попросить ребят провести несколько опытов, подвешивая гирьки на различном расстоянии от центра рычага.

На рисунке показана схема рычага. Точка, в которой рычаг закреплён, называется точкой опоры, она отмечена на рисунке треугольником. Расстояние от точки опоры до линии, вдоль которой приложена сила, называется плечом силы. На рисунке L_1 и L_2 – это **плечи** сил F_1 и F_2 соответственно.



Экспериментально можно установить, что рычаг находится в равновесии, когда $F_1 \cdot L_1 = F_2 \cdot L_2$. Это условие называется **правилом рычага**.

В равновесии отношение приложенных к рычагу сил равно отношению противоположных плеч $\frac{F_1}{F_2} = \frac{L_2}{L_1}$, поэтому прикладывая силу к длинному

концу рычага, на коротком конце можно уравновесить значительно большую по величине силу. Это свойство рычага используют для поднятия тяжестей. По легенде Архимед, когда открыл правило рычага, воскликнул: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю!».

Однако нужно понимать, что одновременно с выигрышем в силе рычаг даёт проигрыш в расстоянии. Во сколько раз рычаг увеличивает силу, во столько же раз он уменьшает скорость и высоту подъёма. Этот закон называется **золотым правилом механики**.

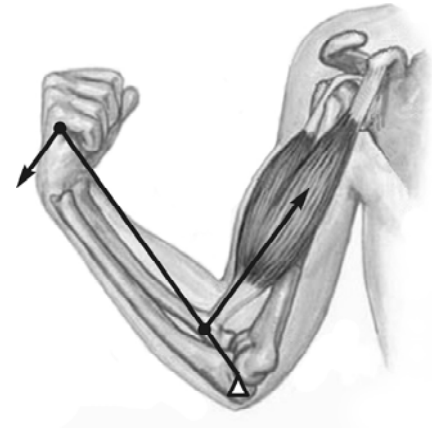
Например, для того чтобы с помощью рычага поднять тяжёлый предмет, нужно опустить длинный конец рычага на большее расстояние.

Заметим, что рычаг можно использовать не только для увеличения силы. Прикладывая силу к короткому концу рычага, можно получить выигрыш

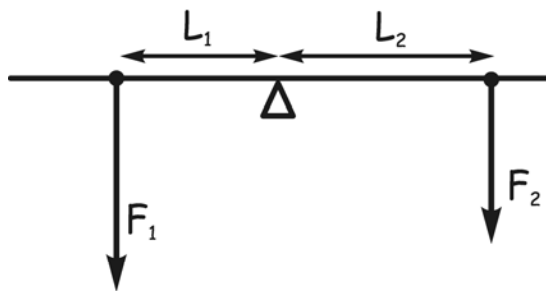
рыш в скорости (одновременно с проигрышем в силе). В качестве примера можно рассмотреть строение человеческой руки. Мышцы крепятся к кости на расстоянии около $1/7$ от длины руки от локтя. Это в 7 раз уменьшает силу, но зато в 7 раз увеличивает скорость, с которой рука сгибается.

Рычаг, в котором силы приложены с разных сторон от точки опоры, называется рычагом первого рода. А рычаг, в котором обе силы приложены с одной стороны от точки опоры называется рычагом второго рода.

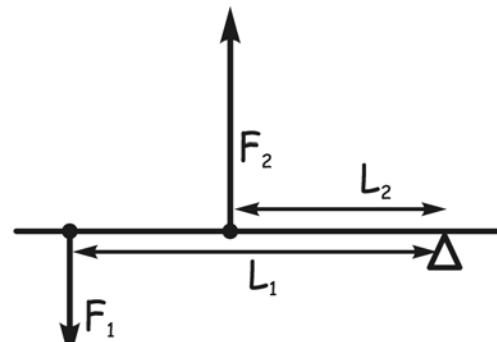
Заметим, что рычаг первого рода изменяет направление действия силы. Например, для того чтобы при помощи такого рычага поднять груз, нужно опускать свободный конец рычага.



рычаг первого рода



рычаг второго рода



Каким образом рычаги используются в строении человеческого тела? Укажите в строении тела человека рычаги первого и второго рода.

Теперь рассмотрим силу, которая возникает в точке опоры рычага. Если рычаг находится в равновесии, сила, которая действует на рычаг в точке опоры, уравнивает силы, приложенные к рычагу. В случае рычага первого рода силы F_1 и F_2 сонаправлены (см. рисунок), поэтому сила в точке опоры равна их сумме $F_1 + F_2$. В случае рычага второго рода, силы F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны, а величина силы F_2 всегда больше, чем F_1 (см. рисунок), поэтому сила в точке опоры рычага второго рода равна разности $F_2 - F_1$.

Под действием приложенных сил рычаг может вращаться вокруг точки опоры. Поэтому правило рычага можно понимать как условие равновесия рычага относительно вращений вокруг этой точки.

Заметим, что если рычаг находится в равновесии, он не вращается не только относительно точки опоры, но и относительно любой другой точки,

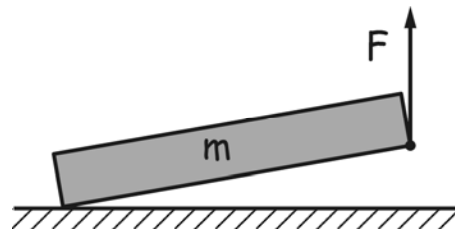
поэтому правило рычага можно записать относительно любой точки на рычаге. Однако, если раньше мы не учитывали силу в точке опоры, потому что плечо этой силы было равно нулю, то теперь нужно будет записывать условие равновесия рычага с учётом всех действующих на рычаг сил.

После решения задач можно предложить ребятам с помощью линейки, упора и одного грузика известной массы измерить массу какого-нибудь тела (например, можно измерить массу мобильного телефона).

Задачи с плечом

1. У нечистой силы величиной 1000 Н есть рычаг с отношением плеч 3:1. Сколько покойников, массой по 50 кг каждый, нечистая сила сможет одновременно поднять?

2. Египтяне строят пирамиду из каменных блоков массой m каждый. Какую по величине вертикальную силу нужно приложить, чтобы поднять такой блок за один край?



Решение. В данной задаче удобно рассматривать левое нижнее ребро каменного блока (см. рисунок) как точку опоры. Обозначим длину блока L . Тогда плечо силы F равно L . Очевидно, что сила тяжести приложена в центре блока, поэтому плечо силы тяжести равно $\frac{1}{2}L$. Таким образом, блок можно представить как рычаг второго рода с отношением плеч 1 : 2. Следовательно, сила F должна быть не меньше, чем $\frac{1}{2}mg$.

3. Люся тщательно следит за фигурой и всегда взвешивает свой бутерброд перед едой. Для этого у Люси есть неравноплечие рычажные весы. Если бутерброд лежит на левой чашке весов, его уравнивает гиря массой 100 г, а когда бутерброд лежит на правой чашке весов его уравнивает гиря массой 400 г. Помогите Люсе определить, сколько калорий содержится в бутерброде, если энергетическая ценность 100 г бутерброда составляет 200 ккал.

Решение. Пусть отношение плеч весов равно $1:x$, и пусть, для определённости, $x > 1$. Если бутерброд массой m находится на коротком конце весов, он уравнивается гирькой массой 100 г, следовательно, $m = x \cdot 100$ г. В случае когда бутерброд на длинном конце весов, аналогичное условие выглядит как $m \cdot x = 400$ г. Перемножив соответствующие части равенств получим $m^2 \cdot x = x \cdot 40000$ г². Теперь можно сократить x в левой

и правой частях равенства. Получим, что $m = 200\text{г}$, а энергетическая ценность бутерброда равна 400 ккал.

4. Серёжа, масса которого равна 45 кг, стоит на однородной доске, левым и правым концом положенной на одинаковые весы. Масса доски 20 кг. Что покажут левые весы? Что покажут правые весы?

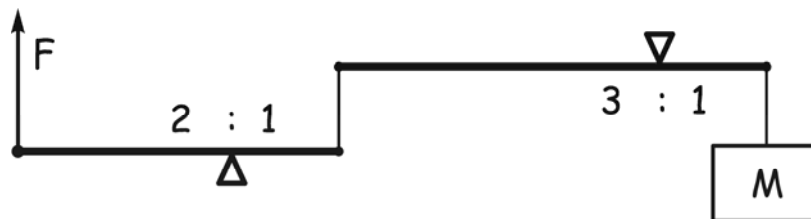


Решение. Очевидно, что вес доски распределяется между двумя весами равномерно. Теперь разберёмся, как будет распределяться вес Серёжи. Чтобы не загромождать вычисления, мы пока не будем учитывать вес доски. Обозначим силу, с которой Серёжа давит на левые весы как F_1 , а на правые весы – F_2 . Вначале запишем правило рычага, считая доску рычагом, а левые весы – точкой опоры. Вес Серёжи mg приложен на расстоянии 2 метра, а сила F_2 приложена на расстоянии 3 метра от точки опоры. Из правила рычага следует, что $F_2 = \frac{2}{3}mg = 300\text{ Н}$. Аналогично запишем

правило рычага относительно правых весов и получим $F_1 = \frac{1}{3}mg = 150\text{ Н}$.

Теперь учтём вес доски и окончательно получим, что левые весы покажут 25 кг, правые весы покажут 40 кг.

5. Сложный рычаг состоит из нескольких последовательно соединённых между собой рычагов. Какой выигрыш в силе даёт сложный рычаг, показанный на рисунке?



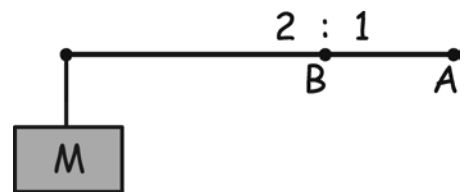
6. На неравноплечем рычаге уравновешены два шара одинакового объёма. Изменится ли равновесие, если всю конструкцию погрузить в воду?

7. На невесомом рычаге уравновешены два стальных шара разной массы. Нарушится ли равновесие, если шары погрузить в воду?

Решение. Во-первых, нужно заметить, что шары разной массы можно уравновесить только на рычаге с разной длиной плеч. Можно записать правило рычага для этого случая в виде $M_1L_1 = M_2L_2$. Здесь M – массы шаров, а L – плечи рычага. Шары сделаны из одного и того же материала, поэтому удобно массу шаров представить как произведение объёма и

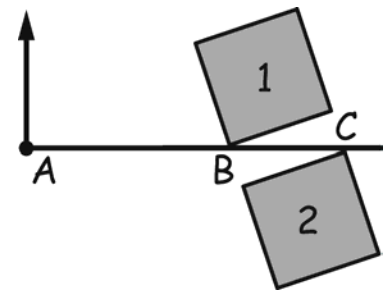
плотности $V_1\rho_{\text{ст}}L_1 = V_2\rho_{\text{ст}}L_2$. В воде вес шаров уменьшается на величину силы Архимеда. Очевидно, что если выполняется правило в воздухе, то равенство $V_1(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{в}})L_1 = V_2(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{в}})L_2$ также будет верно. Следовательно, в воде правило рычага будет выполняться, и равновесие сохранится.

8. Рычаг, длины плеч которого относятся как 2 : 1, жёстко закреплён в точках A и B. Куда направлены и чему равны силы в точках закрепления?



9. У Егора есть два одинаковых ящика. Егор хочет сдвинуть ящики рычагом и прикладывает силу в направлении, показанном стрелкой. На рисунке изображено, как это выглядит сверху. Какой из ящиков сдвинется первым?

Решение. Обозначим силы, действующие на рычаг в точках A, B и C как F_A , F_B и F_C соответственно. Заметим, что согласно 3-му закону Ньютона на рычаг действует на ящики с силами $-F_B$ и $-F_C$.



Когда рычаг находится в равновесии, можно любую точку рычага рассматривать как точку опоры. Относительно точки B правило рычага будет

выглядеть как $F_A \cdot AB = F_C \cdot BC$. Отсюда выражаем $F_C = F_A \frac{AB}{BC}$.

Аналогично относительно точки C правило рычага $F_A \cdot AC = F_B \cdot BC$, отсюда $F_B = F_A \frac{AC}{BC}$. Очевидно, что длина отрезка AC больше, чем AB. Следовательно, сила, действующая в точке B на 1-й ящик больше, чем сила, действующая на 2-й ящик в точке C. Поэтому вначале сдвинется 1-й ящик.

11.2. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Уравновесим на рычаге тело произвольной формы. На каждую точку этого тела действует сила тяжести. Чтобы тело находилось в равновесии, силы тяжести различных точек тела должны уравновешивать друг друга.

Рассматривать отдельно каждую точку тела очень сложно. Можно считать, что вся сила тяжести тела приложена в одной точке, которая называется **центром тяжести** тела. Для равновесия нужно, чтобы центр тяжести находился точно над точкой опоры рычага, тогда плечо силы тяжести тела будет равно нулю.

Как определить положение центра тяжести тела?

Очевидно, что центр тяжести симметричного тела, например, куба или шара, находится в середине тела.

1. Где находится центр тяжести бублика?

Решение. Бублик симметричный, поэтому центр тяжести бублика находится в середине, то есть в дырке от бублика. Действительно, центр тяжести может находиться вне границ тела.

Как определить положение центра тяжести у тела неправильной формы?

Вырежем из картона или плотной бумаги фигурку. Если её подвесить, то центр тяжести будет находиться точно под точкой подвеса. Проведём из точки подвеса вниз вертикальную линию. Центр тяжести будет находиться где-то на этой линии. Теперь подвесим тело за другую точку и снова проведём вертикальную линию. Центр тяжести фигурки будет находиться на пересечении линий. Чтобы это проверить, подвесим фигурку за третью точку и снова проведём вертикальную линию. Мы увидим, что все три линии пересекутся в одной точке – центре тяжести.

Интересно предложить ребятам самостоятельно вырезать из картона фигурку необычной формы и найти для такой фигурки положение центра тяжести. Перед вырезанием фигурок желательно проследить, чтобы центр тяжести лежал внутри фигурки.

2. Плоскую картонную фигурку подвесили на ниточке и разрежали по вертикальной линии, проходящей через центр тяжести. Правда ли что массы двух кусочков равны?

Есть ещё один интересный способ найти центр тяжести тела. Положим карандаш на два указательных пальца и будем медленно сдвигать их. Если в некоторый момент центр тяжести карандаша оказывается ближе к одному из пальцев, то по правилу рычага на этот палец приходится большая часть веса карандаша, поэтому между пальцем и карандашом возникает большая сила трения и карандаш проскальзывает относительно другого пальца. Когда мы сведём пальцы вместе, центр тяжести тела будет находиться между пальцами.

Подумайте, а что будет, если теперь начать разводить пальцы?

Если тело состоит из нескольких частей, положение центра тяжести которых известно, можно использовать следующий способ определения центра тяжести.

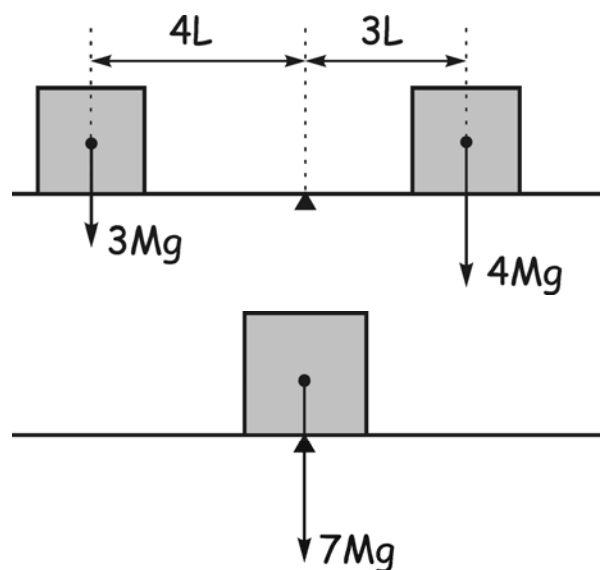
Если мы уравновесим два тела на рычаге, значит, их общий центр тяжести будет расположен строго над точкой опоры. Поэтому эти два тела можно заменить на один эквивалентный груз с суммарной массой, расположенный точно над точкой опоры.

Пусть теперь у нас есть несколько грузов. Мы можем по очереди заменять любые два на один эквивалентный груз, который расположен по правилу рычага, и масса которого равна сумме масс двух грузов. В результате мы все грузы заменим на один эквивалентный, расположенный в центре тяжести.

У тела есть ещё одна особенная точка, которая называется центром масс. Обычно сила тяжести пропорциональна массе тела, поэтому центр масс совпадает с центром тяжести. Для того, чтобы понять различие между центром масс и центром тяжести, рассмотрим очень высокий небоскрёб прямоугольной формы. Очевидно, что центр масс такого небоскрёба будет расположен точно в середине. Теперь найдём положение центра тяжести небоскрёба. Как мы знаем, сила тяжести уменьшается с высотой. Поэтому на нижнюю часть небоскрёба будет действовать большая по величине сила тяжести, чем на верхнюю его часть. Следовательно, центр тяжести небоскрёба будет немного смещён вниз относительно его середины.

Чем же замечателен центр масс?

Раньше мы говорили, что тело будет двигаться с постоянной скоростью или покоиться, если на него не действуют внешние силы. На самом деле это верно, только если в задаче можно пренебречь размерами тела. Ре-

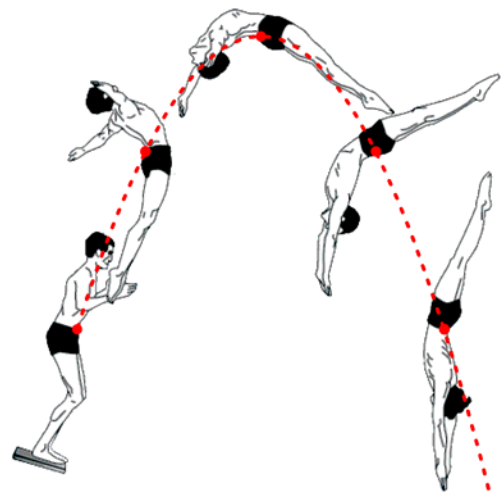


альные тела могут вращаться, при этом различные точки тела движутся с разной скоростью.

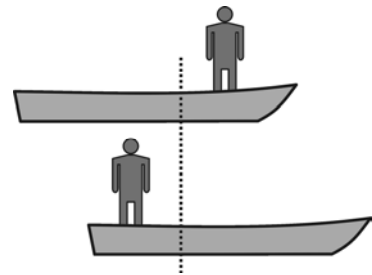
Разумеется, любое, даже очень маленькое, тело тоже может вращаться. Но если размеры тела значительно меньше расстояния, которое тело проходит, то вращение тела несущественно влияет на движение отдельных частей тела. Поэтому, рассматривая движение маленького тела, описывают только движение его центра масс.

При вращении между отдельными частями тела действуют силы. Такие силы называются внутренними силами. Из-за действия внутренних сил, движение каждой отдельной точки тела может быть достаточно сложным и запутанным. Однако у каждого тела есть одна точка, на движение которой внутренние силы не оказывают никакого влияния, эта точка – центр масс тела. Поэтому движение центра масс происходит под действием только внешних сил.

Например, на соревнованиях по прыжкам в воду спортсмены выполняют различные вращения. При этом отдельные части тела спортсмена могут двигаться сложным образом. Но на движение центра масс влияет только сила тяжести спортсмена. Поэтому центр масс движется также как брошенный камень.



Разберём ещё один важный пример. Представим лодку с рыбаком, который стоит на носу. Если рыбак перейдёт на корму лодки, центр масс лодки с рыбаком сместится назад относительно лодки. На лодку с рыбаком не действуют внешние силы (мы не будем учитывать силу тяжести и силу Архимеда, которые в данной задаче в точности уравнивают друг друга). Поэтому система «лодка и рыбак» является замкнутой и положение центра масс системы сохраняется. Поэтому, когда человек выпрыгивает из лодки на берег, лодка отплывает назад.

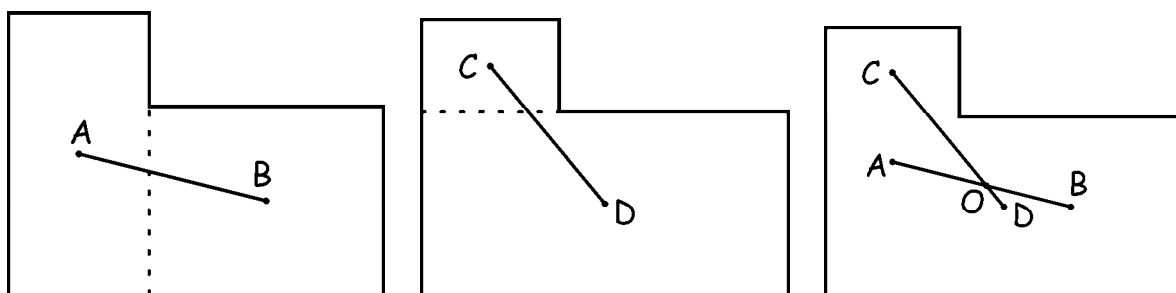


В заключение рассмотрим геометрический способ определения центра масс. Найдём положение центра масс фигурки, показанной на рисунке. Заметим, что фигурку можно разрезать на два прямоугольника, для каждого из которых положение центра масс известно. Обозначим центр масс

левого прямоугольника точкой A , а центр масс правого прямоугольника – точкой B . Вся массу левого прямоугольника можно поместить в точку A , аналогично массу правого прямоугольника можно поместить в точку B . Поэтому можно утверждать, что центр масс фигурки лежит на отрезке AB .

Но можно разрезать фигурку на два прямоугольника другим способом. Аналогично можно утверждать, что центр масс фигурки лежит на отрезке CD .

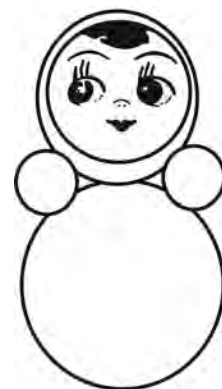
Центр масс одновременно принадлежит отрезку AB и отрезку CD . Следовательно, центр масс фигурки расположен на пересечении этих отрезков в точке O .



Ещё несколько задач на нахождение центра масс

3. Большое бревно массой $M = 100$ кг лежит на краю пропасти так, что над пропастью находится ровно треть бревна. Сможет ли Серёжа пройти до конца бревна, не упав в пропасть, если его масса $m = 40$ кг?

4. Детская игрушка неваляшка всегда поднимается в вертикальное положение. Как вы думаете, с чем это может быть связано? Где у такой куклы находится центр масс?



Решение. Вначале рассмотрим однородный шар: его центр тяжести находится точно в середине. Поэтому шар в любом положении находится в равновесии. Если центр тяжести смещён из центра шара, то шар будет стремиться повернуться таким образом, чтобы центр тяжести занимал как можно более низкое положение. Теперь понятно, что центр тяжести неваляшки расположен ниже центра нижнего шара.

Для того чтобы центр масс неваляшки был расположен так низко, в нижнюю часть игрушки помещают достаточно тяжёлый груз.

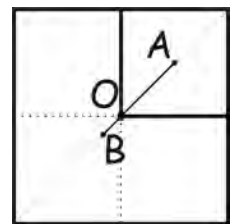
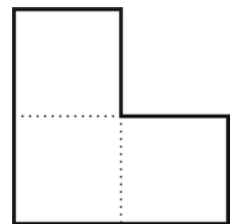
5. Взрослому и ребёнку нужно перейти ручей: одному — с левого берега, другому — с правого. Имеется по доске на каждом берегу, но доски немного короче, чем расстояние между берегами. Каким образом они могут перейти с одного берега на другой?

6. В цилиндрический стакан наливают воду. При высоте уровня воды 4 см центр масс системы «стакан + вода» занимает самое низкое положение. Масса воды в стакане в этом случае равна массе стакана. На какой высоте находится центр масс стакана?

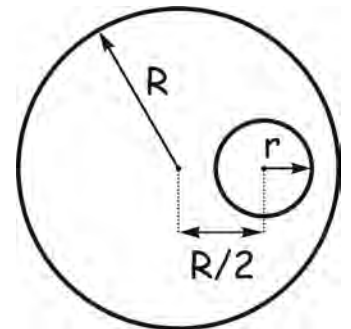
Решение. Очевидно, что когда высота уровня воды в стакане равна 4 см, центр масс системы «стакан + вода» расположен на высоте 4 см. Только при выполнении этого условия центр масс системы поднимается при увеличении и уменьшении уровня воды в стакане. По условию задачи массы воды и стакана равны. Центр масс воды расположен на высоте 2 см, следовательно центр масс стакана расположен на высоте 6 см.

7. Найдите положение центра масс уголка, показанного на рисунке.

Решение. Удобно представить уголок как большой квадрат, в котором не хватает одной клетки. Центр масс недостающей клетки находится в точке А. Уголок состоит из 3-х клеток, поэтому масса уголка в 3 раза больше, чем масса клетки. Центр масс большого квадрата находится в его центре, в точке О. Поэтому центр масс уголка расположен в точке В, лежащей на прямой ОА, такой, что $OB = \frac{1}{3} OA$.



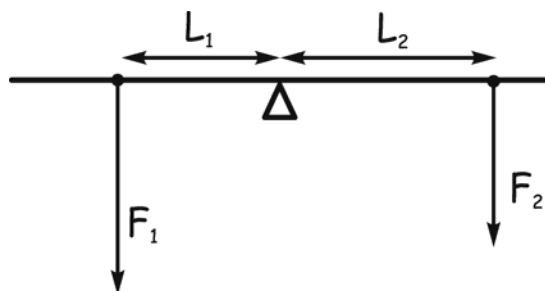
8. Найти положение центра масс однородного диска радиуса R , из которого вырезано отверстие радиуса $r < R/2$. Центр выреза находится на расстоянии $R/2$ от центра диска.



11.3. МОМЕНТ СИЛЫ

В этом разделе мы обобщим правило рычага на случай вращения тела под действием произвольного количества сил, направленных под разными углами.

Вначале рассмотрим рычаг, показанный на рисунке. Сила F_1 вращает рычаг против часовой стрелки, а сила F_2 – по часовой стрелке. Для того чтобы рычаг находился в равновесии, необходимо чтобы выполнялось правило рычага $F_1 \cdot L_1 = F_2 \cdot L_2$.



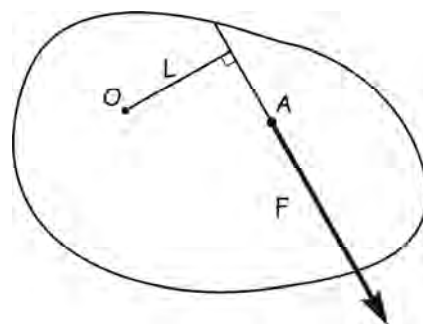
Физическая величина, равная произведению силы и соответствующего ей плеча, называется **моментом силы**. Можно сформулировать правило рычага через моменты сил.

Рычаг находится в равновесии, если момент силы, вращающей рычаг по часовой стрелке, равен моменту силы, вращающей его против часовой стрелки.

В каких единицах измеряется момент силы в системе СИ?

Момент силы равен произведению силы и расстояния, поэтому момент силы измеряется в Н·м.

Рассмотрим тело, которое закреплено в точке O и может свободно вращаться вокруг этой точки. Для того, чтобы найти момент силы F относительно закреплённой точки O , нужно провести прямую, вдоль которой приложена сила, и опустить из точки O перпендикуляр на эту прямую. Тогда плечо силы F будет равно длине этого перпендикуляра.



Теперь можно обобщить правило рычага на случай произвольного количества сил и сформулировать условие равновесия тела относительно вращений вокруг закреплённой точки O .

Для того, чтобы тело находилось в равновесии, сумма моментов сил, вращающих тело по часовой стрелке, должна быть равна сумме моментов сил, вращающих тело против часовой стрелки.

А что будет, если к телу приложена только одна сила?

Если сила одна, то равновесие возможно только в случае, когда момент этой силы равен нулю, поэтому тело повернётся так, чтобы закреплённая точка оказалась на линии, вдоль которой приложена сила. Тогда плечо этой силы будет равно нулю. Например, если тело подвесить, оно повернётся таким образом, чтобы центр тяжести находился точно под точкой подвеса.

В разделе про центр масс мы говорили, что движение тела можно представить как сумму поступательного движения и вращения вокруг центра масс. Для того, чтобы заставить тело вращаться, нужно приложить силу так, чтобы создать момент силы относительно центра масс. Например, для того чтобы закрутить мяч, футболист наносит удар вскользь, по касательной к мячу, при этом он создаёт момент силы относительно центра масс мяча.

Сформулируем условия равновесия тела. Пусть изначально тело покоится, тогда для того, чтобы тело сохраняло состояние покоя, необходимо, чтобы одновременно выполнялись два условия:

- 1) геометрическая сумма всех действующих на тело сил равна нулю;**
- 2) сумма моментов сил относительно некоторой точки равна нулю.**

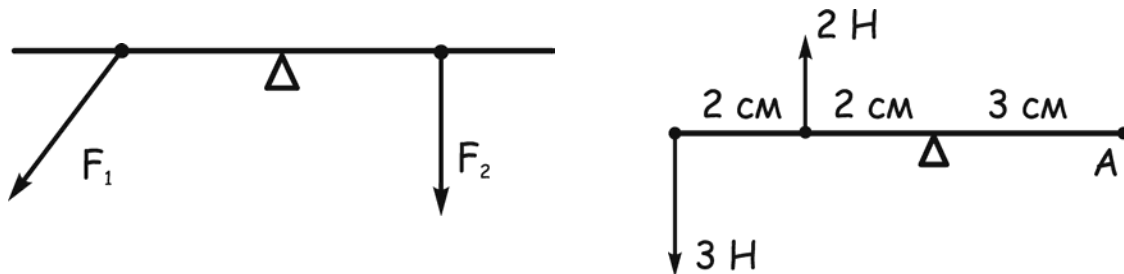
Замечание 1. Если тело не вращается, то оно не вращается относительно любой точки, поэтому второе условие можно записывать относительно любой точки тела.

Замечание 2. Приведённые условия равновесия справедливы только в инерциальных системах отсчёта. Движение в неинерциальных системах отсчёта мы обсудим немного позднее.

Задачи на момент силы

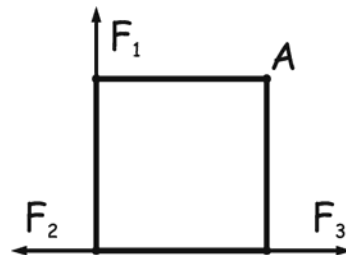
1. **Задача Томаса Эдисона.** Представьте себя на необитаемом острове. Перед вами стоит огромная гранитная скала высотой 20 м, шириной 20 м и весом 20 т. Как вам сдвинуть её с места, если учесть, что на острове нет ничего, что могло бы помочь?

2. Силы F_1 и F_2 приложены к рычагу на одинаковом расстоянии от точки опоры. Какая из этих сил больше, если рычаг находится в равновесии?



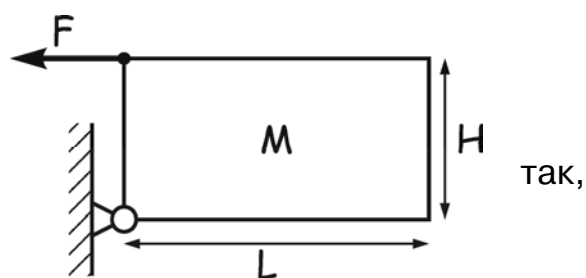
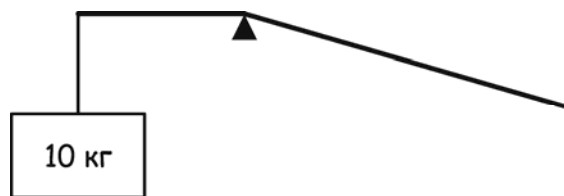
3. Какую силу и в каком направлении нужно приложить в точке А, чтобы уравновесить рычаг? Какая сила при этом возникает в точке опоры?

Решение. Сила 2 Н вращает рычаг по часовой стрелке, плечо этой силы равно 2 см, момент силы равен 4 Н·см. Сила 3 Н вращает рычаг против часовой стрелки, плечо этой силы равно 4 см, а момент равен 12 Н·см. Для того, чтобы уравновесить рычаг, сила в точке А должна вращать его по часовой стрелке. Момент силы в точке А должен быть равен разности моментов, то есть 8 Н·см. Поэтому сила F должна быть равна $2\frac{2}{3}$ Н и направлена вниз. Из условия равновесия следует, что в точке опоры на рычаг действует сила, равная $3\frac{2}{3}$ Н и направленная вверх.



4. Квадратная рамка может свободно вращаться относительно закреплённой точки А. Известно, что силы $F_1 = 2$ Н, $F_2 = 3$ Н. Чему должна быть равна сила F_3 , чтобы рамка оставалась в равновесии?

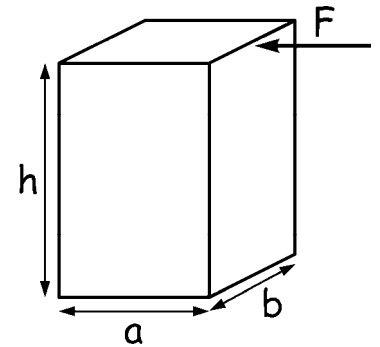
5. Гоша хочет поднять груз массой 10 кг при помощи изогнутого рычага, прикладывая при этом как можно меньшую силу. В каком направлении он должен прикладывать силу? С помощью рисунка посчитайте величину необходимой силы.



6. Однородная балка левым нижним углом закреплена на шарнире, что она может свободно вращаться. За верхний левый угол балки привязан

трос, который удерживает балку в горизонтальном положении. Масса балки M , длина – L и высота H . Вычислите силу натяжения троса F .

7. Гранитная плита имеет основание размером a на b и высоту h . С какой силой нужно толкнуть плиту за верхний конец, чтобы опрокинуть, если плотность гранита ρ ?



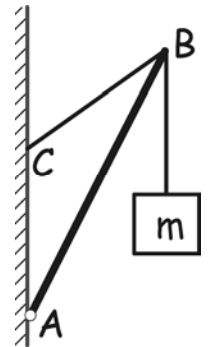
Решение. Плита будет опрокидываться вокруг левого нижнего ребра, поэтому его разумно рассматривать как точку опоры. Ненулевой момент сил создают сила тяжести и сила F . Момент силы

тяжести равен $\rho abhg \cdot \frac{a}{2}$, момент силы F равен Fh . Плита опрокинется,

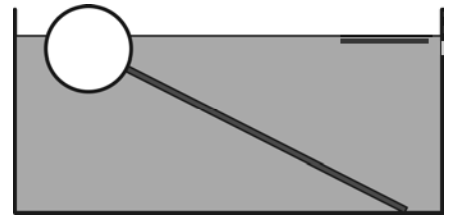
если момент силы F будет больше, чем момент силы тяжести.

Следовательно, сила F должна быть больше, чем $\frac{\rho a^2 bg}{2}$.

8. Рычаг АВ может свободно вращаться вокруг точки А. К точке В прикреплён груз массой m и нить ВС, которая вторым концом привязана к стенке. С помощью рисунка определите силу натяжения нити ВС.



9. Поплавок состоит из длинного тяжёлого стержня и лёгкого шарика. На мелкой воде поплавок плавает так, что ровно треть шарика находится на поверхности. Утонет ли поплавок на глубокой воде?



Решение. Будем рассматривать правый конец стержня, который касается дна, как точку опоры. Тогда ненулевой момент сил создают сила тяжести стержня и сила Архимеда, действующая на шарик. Обозначим M – массу стержня, L – длину стержня, V – объём шарика. Условие равновесия поплавка на мелкой воде можно записать в виде

$$Mg \cdot \frac{L}{2} = \rho g \frac{2}{3} V \cdot L, \text{ отсюда } Mg = \rho g \frac{4}{3} V.$$

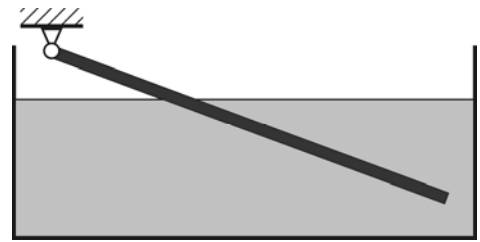
Следовательно, на глубокой воде сила тяжести стержня Mg будет больше, чем сила Архимеда полностью погруженного шарика $\rho g V$, и поплавок утонет.

10. Однородный стержень одним концом прикреплён к потолку на шарнире, то есть он может свободно вращаться. Второй конец стержня

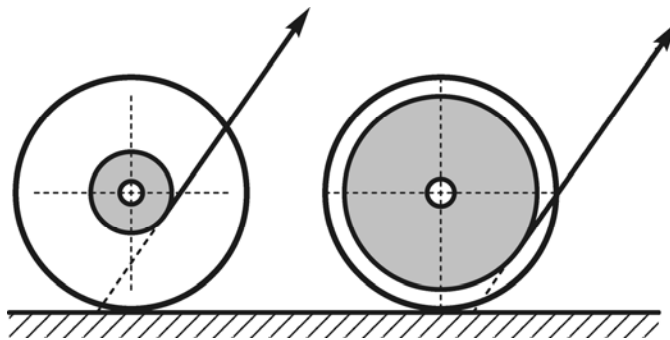
опущен в воду, в равновесии под водой находятся ровно $\frac{2}{3}$ стержня.

Найдите плотность стержня.

Подсказка. Подумайте, какие силы действуют на стержень. В каких точках приложены и как направлены эти силы? Относительно какой точки будет удобно записать правило рычага?

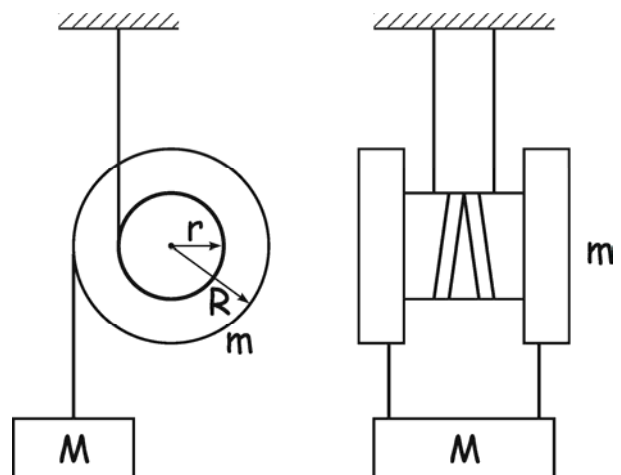


11. На рисунке изображены две катушки с нитками. На первой катушке нитки почти закончились, а вторая катушка целая. Как будут двигаться катушки, если потянуть за нитку в направлении, показанном на рисунке?



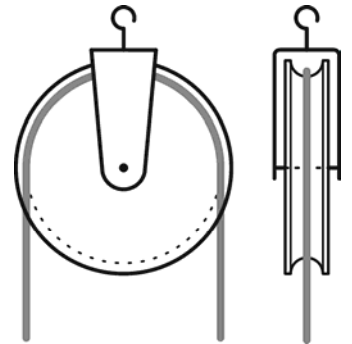
Решение. На катушку действуют сила тяжести, сила реакции опоры, сила трения между катушкой и столом и сила натяжения нити. Можно записать моменты сил относительно нижней точки катушки. В таком случае ненулевой момент будет только у силы натяжения нити. Из рисунка видно, что левую катушку сила натяжения нити поворачивает по часовой стрелке относительно нижней точки, поэтому левая катушка будет наматываться на ниточку. Правая катушка, наоборот, будет вращаться против часовой стрелки и разматываться.

12. На катушку намотаны две нити, за одну из них катушка подвешена к потолку, а ко второй нити подвешен груз. Вес катушки равен m , её большой и малый радиусы равны R и r соответственно. При какой массе груза M катушка будет в равновесии?



11.4. БЛОКИ

Ещё одно устройство, которое позволяет получать выигрыш в силе, – это **блок**. Блок состоит из колёсика с жёлобом по окружности, которое может вращаться относительно своей оси, закреплённой в неподвижной обойме (см. рисунок). Вокруг блока пропускают верёвочку. Жёлоб нужен именно для того, чтобы верёвочка не соскальзывала с блока.

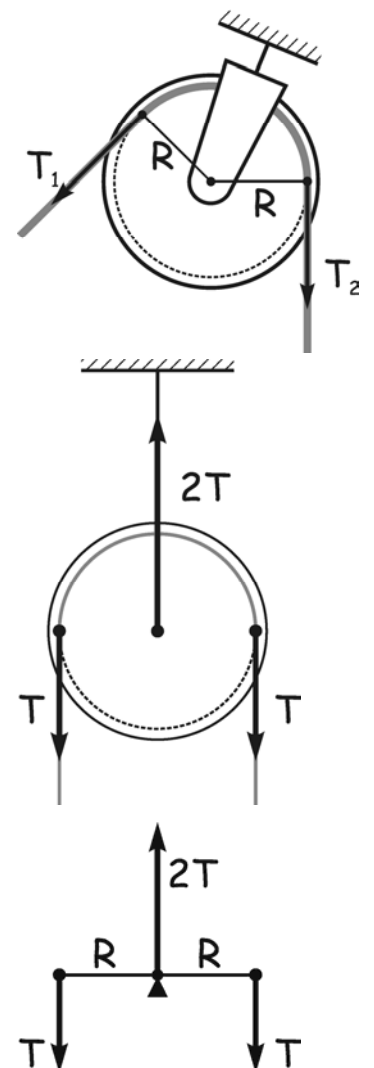


В наших задачах все блоки будут идеальными. Это значит, что массой блока и трением в оси можно пренебречь. Идеальный блок может свободно вращаться относительно своей оси. Поэтому, если к такому блоку приложен момент силы, блок будет поворачиваться до тех пор, пока момент не будет скомпенсирован.

На блок действуют три силы: силы натяжения верёвочки с двух сторон от блока и сила, которая возникает в оси.

Плечо силы в оси блока равно нулю, поэтому эта сила не создаёт вращающего момента. Теперь рассмотрим силы натяжения верёвочки. Обозначим силу натяжения левой части верёвочки T_1 , силу натяжения правой части верёвочки T_2 . Эти силы создают момент сил, вращающий блок. Нетрудно сообразить, что сила натяжения всегда направлена по касательной к блоку, поэтому плечо силы натяжения равно радиусу блока. Сила T_1 вращает блок против часовой стрелки, момент этой силы равен RT_1 . Сила T_2 вращает блок по часовой стрелке, её момент равен RT_2 . Мы считаем блок идеальным, значит в равновесии сумма моментов сил, вращающих блок, равна нулю. Иначе блок начнёт вращаться. Следовательно, в равновесии $RT_1 = RT_2$, или, если сократить на радиус блока, $T_1 = T_2$.

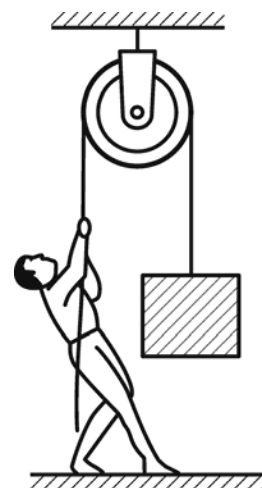
Таким образом, мы доказали, что **для идеального блока сила натяжения верёвочки слева и справа от блока одинакова**. Такой блок не изменяет силу натяжения перекинутой через него нити, поэтому в любой системе из идеальных блоков сила натяжения каждой нити будет одинаковой во всех её точках.



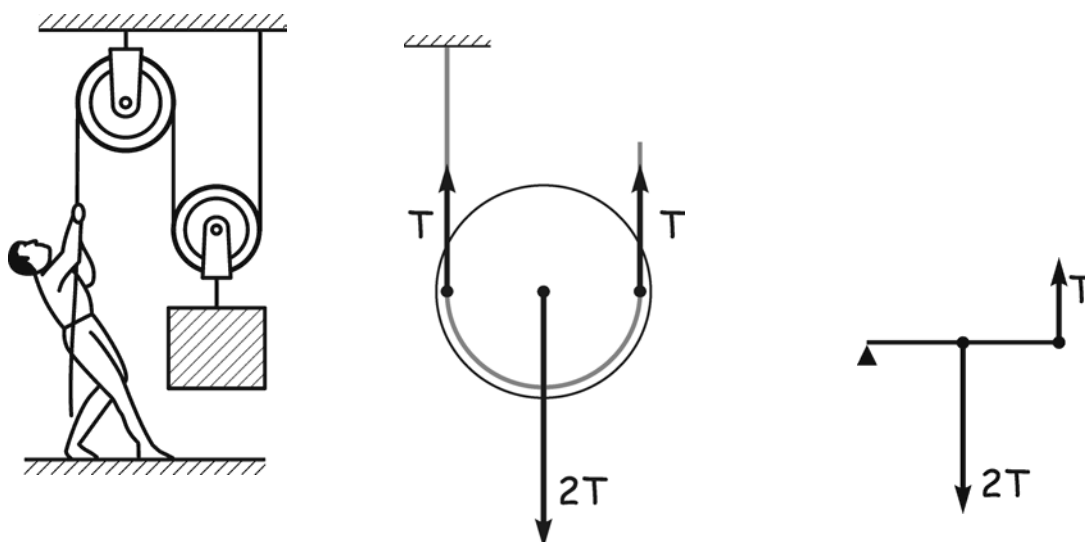
Замечание. Для реального блока силы натяжения верёвочки могут несколько отличаться из-за силы трения в оси блока. Но радиус оси блока значительно меньше радиуса самого блока, поэтому плечо силы трения будет маленьким, а значит, разница сил натяжения нити также будет небольшой.

Есть две схемы использования блока. В первом случае закрепляют ось вращения блока. Такой блок называется неподвижным. Неподвижный блок эквивалентен равноплечему рычагу первого рода (см. рисунок). Как мы уже знаем, силы натяжения нити слева и справа от блока равны, поэтому неподвижный блок не даёт выигрыша в силе, но позволяет изменять направление действия силы.

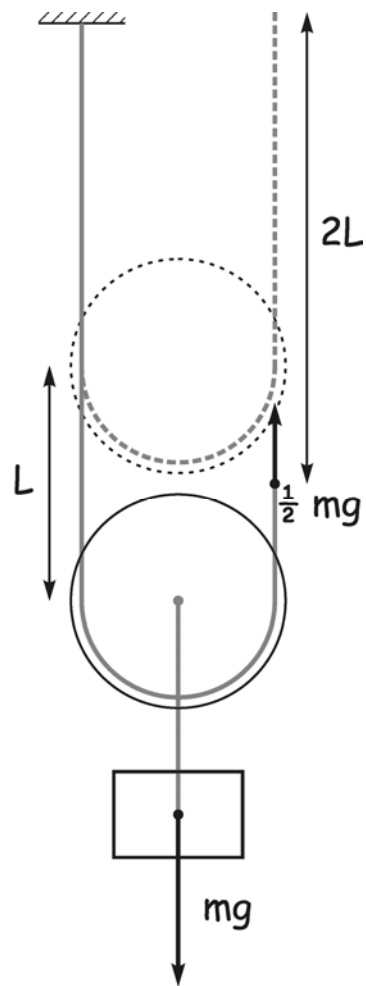
Например, неподвижный блок часто используют для поднятия грузов. Верёвку, перекинутую через неподвижный блок, можно тянуть вниз, используя собственную силу тяжести. Обычно это гораздо легче, чем поднимать груз вверх самому.



Заметим, что в точке закрепления неподвижного блока возникает сила, которая в 2 раза больше силы натяжения верёвки. Это можно использовать для того чтобы получить выигрыш в силе. Нужно закрепить один конец нити, перекинутой через блок, а груз подвесить к оси блока. Закреплённый таким образом блок называют подвижным. Подвижный блок позволяет получить выигрыш в силе в 2 раза. Поэтому подвижные блоки используют для поднятия тяжёлых грузов. Эквивалентная схема подвижного блока приведена на рисунке. Видно, что подвижный блок можно представить как рычаг второго рода.

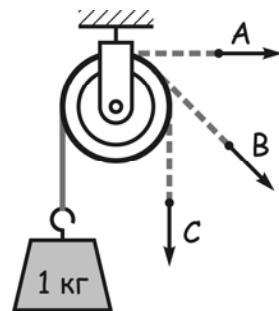


Так же, как и в случае рычага, выигрыш в силе приводит к проигрышу в расстоянии. Чтобы с помощью подвижного блока поднять тело на высоту L нужно поднять свободный конец верёвки на высоту $2L$ (см. рисунок).



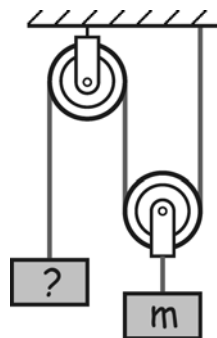
Задачи с блоками

1. С помощью блока нужно поднять груз массой 1 кг. В каком направлении выгоднее тянуть за второй конец верёвки? Как отличаются силы, с которыми нужно тянуть за верёвку в направлениях А, В и С?



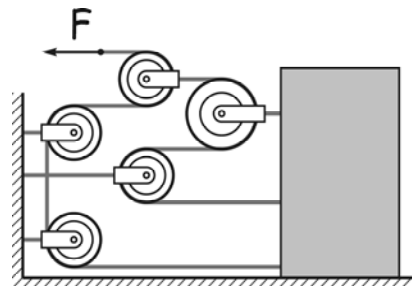
2. Какой должна быть масса левого груза, чтобы система на рисунке находилась в равновесии?

Решение. Если система в равновесии, вес левого груза равен силе натяжения нити, на которой он висит. Правый груз подвешен на подвижном блоке, на который действует удвоенная сила натяжения этой нити. Следовательно, в равновесии сила натяжения нити равна половине веса правого груза. Отсюда масса левого груза равна $\frac{1}{2}m$.



3. Чтобы подвинуть пианино, Гриша собрал схему из блоков и верёвок, показанную на рисунке. Какая сила действует на пианино, если сила Гриши равна F ?

Решение. К пианино привязаны три верёвки. Нижнюю верёвку Гриша натягивает с силой F , средняя верёвка прикреплена к подвижному блоку, поэтому она натянута с силой $2F$. Маленькая верхняя верёвка прикреплена к большому подвижному блоку, через который пропущена средняя верёвка, поэтому сила натяжения верхней верёвки равна $4F$. Следовательно, на пианино со стороны трёх верёвок действует суммарная сила $7F$.



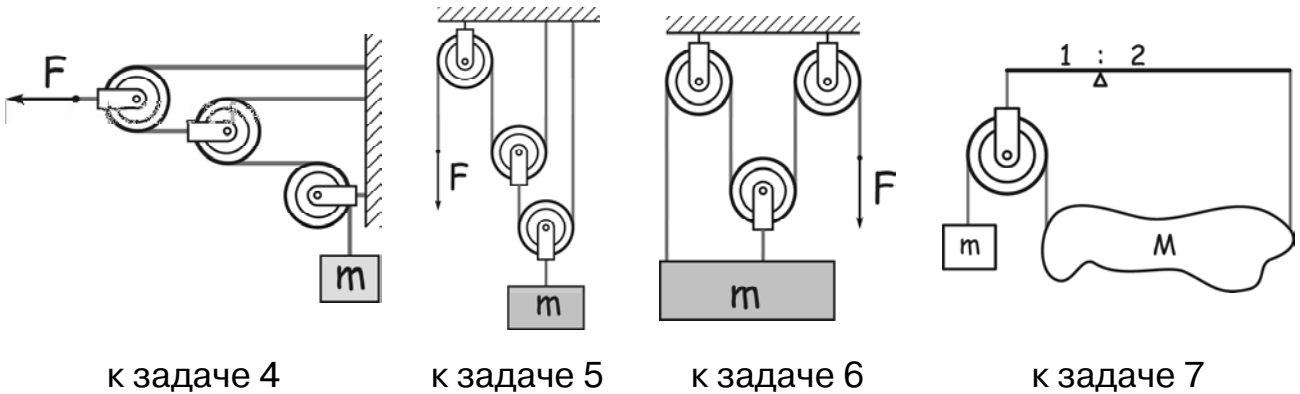
4. Найдите силу натяжения троса F , если вес груза равен 100 Н.

5. Масса каждого блока на картинке равна $M = 2$ кг. Груз какой минимальной массы имеет смысл поднимать с помощью такой системы блоков?

6. С какой минимальной силой F нужно тянуть за канат, чтобы поднять плиту массой m ? В какой точке нужно закрепить правый канат, чтобы плита висела горизонтально? Левый канат подвешен к самому краю плиты.

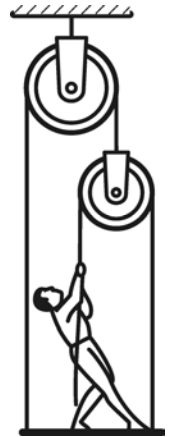
7. К невесомому рычагу с помощью ниток прикреплены невесомый блок и неоднородное тело массой M . Слева к блоку подвешен груз m так, что

система находится в равновесии. Найдите соотношение массы груза и массы тела.



8. Платформа подвешена к потолку при помощи системы из верёвок и блоков, как показано на рисунке. С какой силой стоящий на платформе человек должен тянуть вниз за свободный конец верёвки, чтобы система оставалась в равновесии? Масса человека вместе с платформой равна M .

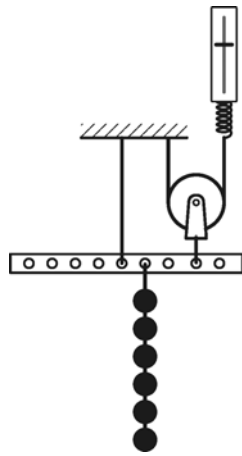
Решение. Пусть человек натягивает верёвку с силой F . Второй конец верёвки привязан к платформе, следовательно на человека с платформой действует сила $2F$. Вторая верёвка натянута с силой $2F$ и также действует на платформу. В сумме на человека и платформу действует сила $4F$, которая уравновешивает силу тяжести Mg , следовательно $F = \frac{1}{4}Mg$.



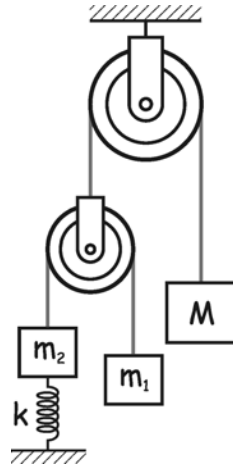
9. Определите показания динамометра, если вес каждого шарика равен 10 Н?

10. На рисунке показана система из блоков и грузов. Известно, что массы грузов $m_1 = 50$ г, $m_2 = 30$ г, а жёсткость пружины равна $k = 10$ Н/м. При каком значении массы M система может находиться в равновесии?

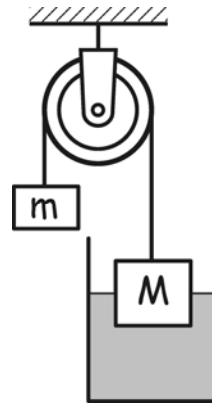
11. К одному концу нити, перекинутой через блок, подвешен груз массой M , изготовленный из материала плотностью ρ_1 . Груз погружен в сосуд с жидкостью плотностью ρ_2 . К другому концу нити подвешен груз массой m . При каких значениях m система может находиться в равновесии? При каких m груз массой M в положении равновесия будет плавать на поверхности жидкости?



к задаче 9



к задаче 10



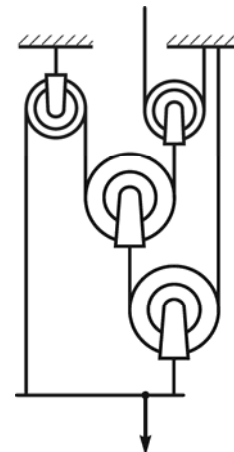
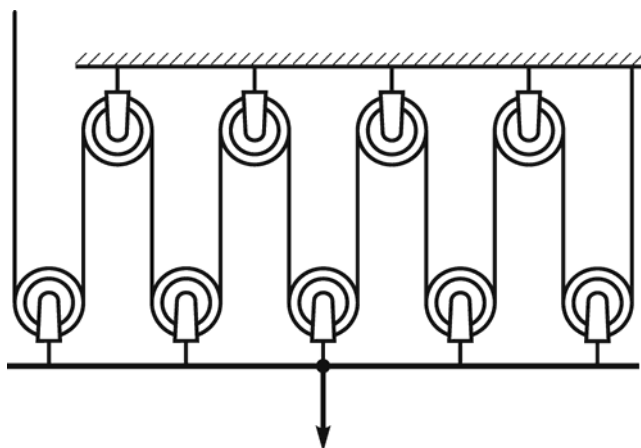
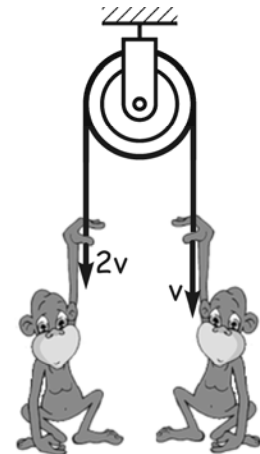
к задаче 11

12. Две одинаковые по массе обезьянки висят на верёвке, перекинутой через блок. Затем одна начинает выбирать верёвку со скоростью v , а вторая – со скоростью $2v$. Какая обезьянка первой доберётся до верха?

Решение. На каждую из обезьянок действуют две силы – сила тяжести и сила натяжения верёвки. Обе обезьянки висят на одной верёвке, поэтому на них действует одинаковая сила натяжения. Следовательно, на обезьянок действует одинаковая сила, поэтому обезьянки будут подниматься с одинаковой скоростью и доползут до верха одновременно.

13. С помощью необходимого количества блоков соберите конструкцию, которая позволяет получить выигрыш в скорости в 10 раз.

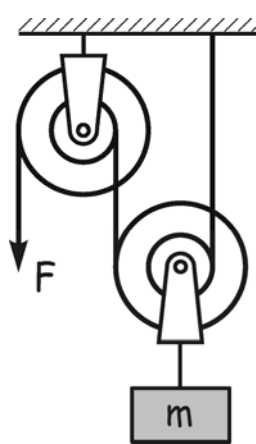
Решение. Самая простая конструкция показана на левом рисунке и состоит из 9 блоков. Но можно предложить конструкцию с меньшим числом блоков, как показано на правом рисунке.



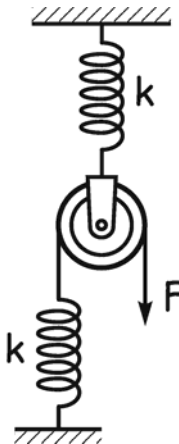
14. Гриша модернизировал блок: он взял катушки от ниток, радиусы которых относятся как 1:2 и собрал систему, показанную на рисунке. Какой выигрыш в силе он получит?

15. Изначально нить, перекинутая через блок, не натянута. Затем к свободному концу нити приложили силу F . На сколько опустится конец нити под действием этой силы?

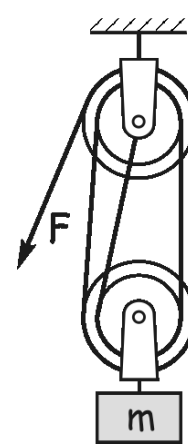
16. Полиспаст – это устройство, в котором на одной оси собрано сразу несколько блоков. Какой выигрыш в силе позволяет получить полиспаст, показанный на картинке?



к задаче 14



к задаче 15



к задаче 16

12. Ускорение

Положение тела определяется расстоянием от тела до точки отсчёта.

Скорость тела показывает, насколько быстро изменяется это расстояние.

Если на тело действует внешняя сила, скорость тела будет изменяться. Можно ввести физическую величину, которая показывает, насколько быстро изменяется скорость тела. Эта величина называется ускорением. Ускорение – векторная величина, направление ускорения показывает направление изменения скорости.

Если на тело массой m действует постоянная сила F , то изменение скорости тела за время Δt задаётся выражением $\Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$, или $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F}{m}$.

Удобно ввести физическую величину, равную изменению скорости за единицу времени $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Эта величина называется ускорением.

Обычно ускорение обозначается латинской буквой a . Ускорение – это отношение скорости ко времени; поэтому в СИ ускорение измеряется в м/с^2 .

В инерциальной системе отсчёта тело будет двигаться с ускорением, если на него действует внешняя сила. Ускорение связано с величиной силы формулой $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F}{m}$, или $F = ma$. Эта формула выражает уже знакомый нам второй закон Ньютона. Направление ускорения совпадает с направлением действующей силы.

Мы уже встречались с ускорением, когда рассматривали силу тяжести. Сила тяжести, действующая на тело, равна $F_{\text{тяж}} = mg$. Если сравнить эту формулу со вторым законом Ньютона, становится видно, что под действием силы тяжести тело будет падать с ускорением g . Поэтому величину g называют ускорением свободного падения.

Решим задачу. Экспериментатор бросил железный шар с Пизанской башни вертикально вниз с начальной скоростью v_0 . Вычислите, какое расстояние пролетит шар за время t .

Шар будет падать вниз под действием силы тяжести, поэтому ускорение шара будет постоянно и равно ускорению свободного падения g . За время t скорость шара увеличится на $\Delta v = gt$, следовательно скорость шара станет равна $v_0 + gt$.

Зависимость скорости падающего шара от времени показана на графике. Проще всего пройденный путь посчитать как площадь под графиком

скорости от времени. Область под графиком удобно разбить на прямоугольник с площадью $S_0 = v_0 t$ и треугольник с площадью $S_1 = \frac{1}{2} g t^2$.

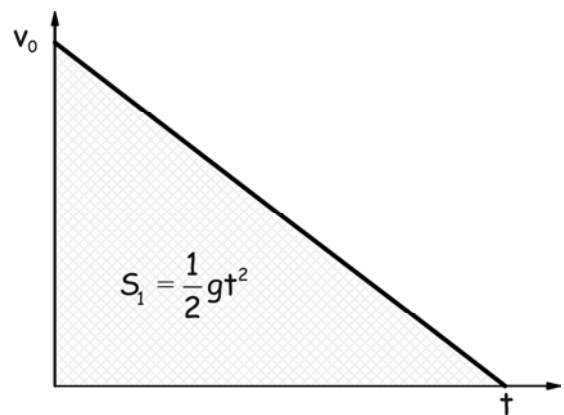
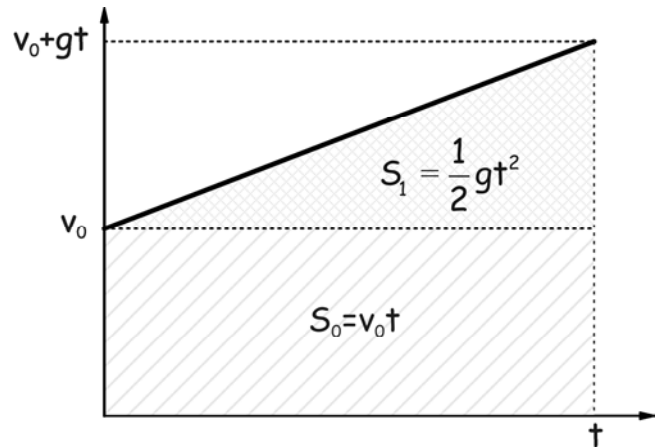
Отсюда получаем, что за время t шар пролетит вниз расстояние $S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$. Этот результат пригодится для решения некоторых задач.

Теперь рассмотрим ещё одну полезную задачу. Гоша бросил снежок вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . До какой максимальной высоты подлетит снежок?

В этой задаче скорость снежка будет уменьшаться с постоянным ускорением g . Очевидно, что через время $t = \frac{v_0}{g}$ скорость снежка станет равна нулю.

В этот момент снежок будет находиться на максимальной высоте, а после – начнёт падать вниз. Зависимость скорости снежка от времени показана на графике. Расстояние, которое снежок пролетел за время t , удобно вычислить как площадь под графиком скорости от времени.

Эта площадь равна $\frac{1}{2} v_0 t$. Учитывая, что $v_0 = g t$, площадь под графиком можно представить как $\frac{1}{2} g t^2$ или $\frac{v_0^2}{2g}$.



«Ускоренные» задачи

1. Женя бросила снежок в Алёну. Снежок полетел по параболе, поднялся на 2 метра вверх и упал на расстоянии 5 метров от Жени. Чему было равно ускорение снежка в верхней точке траектории?

Решение. Ускорение возникает только в результате действия силы на снежок. После того, как Женя перестала касаться снежка, на снежок дей-

ствуется только сила тяжести. Поэтому ускорение снежка равно ускорению свободного падения g .

2. Сноубордист съехал со склона горы на горизонтальный участок и остановился через время $t = 10$ секунд после спуска на расстоянии $L = 60$ метров от края склона. Найдите коэффициент трения сноуборда о снег.

3. Масса истребителя СУ-30 составляет 30 тонн. Во время взлёта каждый из двух двигателей развивает силу тяги, равную 125 кН. Какой минимальной длины должна быть взлётная полоса, если для взлёта необходимо набрать скорость 80 м/с.

Решение. Суммарная сила тяги двигателей истребителя равна 250 кН. Следовательно, во время взлёта истребитель движется с ускорением

$$a = \frac{F}{m} \approx 8.3 \frac{m}{c^2} .$$

До скорости 80 м/с он разгоняется за время 9.6 секунды, за это время он проезжает расстояние $\frac{1}{2}at^2 \approx 333 m$.

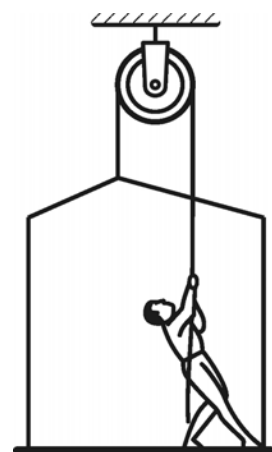
4. Хулиган вырвал у Деда Мороза мешок с подарками и стал убежать с постоянной скоростью. Дед Мороз не растерялся и сразу же погнался за ним с постоянным ускорением и нулевой начальной скоростью. Известно, что через 10 секунд скорость Деда Мороза стала равна скорости хулигана. Через какое время Дед Мороз догонит его и отберёт подарки?

5. Оцените ускорение пули внутри ствола винтовки. Известно, что длина ствола винтовки равна 60 см, а скорость пули на выходе из ствола равна 900 м/с.

6. В механическом лифте нужно тянуть за верёвку, чтобы подниматься. Масса человека равна 70 кг, масса кабины – 20 кг. С каким ускорением движется лифт, когда человек тянет за верёвку с силой 600 Н?

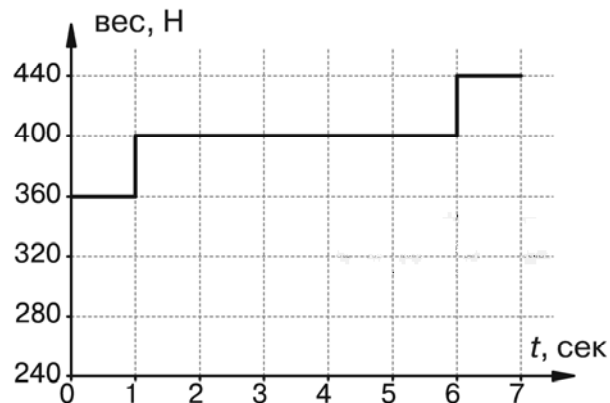
Решение. Сила натяжения верёвки равна 600 Н, следовательно, два конца верёвки тянут кабину вверх с суммарной силой 1200 Н. Вниз на кабину с человеком действует сила тяжести, равная 900 Н. Суммарная сила, действующая на лифт и человека, равна 300 Н и направлена вверх. Отсюда ускорение лифта равно $\frac{300 N}{90 кг} \approx 3.3 m/c^2$.

7. Гоша, масса которого после сытного обеда равна 40 кг, спускается в лифте. За первую секунду скорость лифта увеличилась на 1 м/с, затем лифт 5 секунд двигался вниз с постоянной скоростью, а последнюю секунду останавливался с



постоянным ускорением. Постройте график зависимости веса Гоши от времени.

Решение. На Гошу действуют две силы – сила тяжести и сила реакции опоры. Когда они равны, ускорение Гоши равно нулю, следовательно, Гоша либо стоит на месте, либо движется с постоянной по величине скоростью. В первую секунду спуска скорость лифта увеличилась на 1 м/с , следовательно ускорение лифта в первую секунду $a = 1 \text{ м/с}^2$. При этом действующая на Гошу сила реакции опоры меньше его силы тяжести на величину $ma = 40 \text{ Н}$. Затем лифт двигался с постоянной скоростью. При этом вес Гоши был равен 400 Н . Затем лифт за 1 секунду остановился с ускорением 1 м/с^2 , направленным вверх. При этом вес Гоши увеличился на 40 Н и был равен 440 Н .



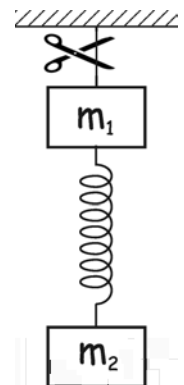
8. Система, изображённая на рисунке, находится в равновесии. Затем нить, соединяющую верхний груз с потолком, перерезают. Каким будет ускорение каждого груза в начальный момент?

Решение. Рассмотрим систему перед тем, как нить перерезали. На нижний груз действует сила тяжести m_2g и равная ей по величине сила натяжения пружины. На верхний груз вниз действует сила тяжести m_1g и сила натяжения пружины m_2g . Вверх действует сила натяжения нити, равная $m_1g + m_2g$.

В начальный момент после того, как нить перерезают, длина пружины не изменяется, следовательно не изменяется сила натяжения пружины. На верхний груз действует сила

$m_1g + m_2g$ вниз, поэтому ускорение груза равно $\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)g$

и направлено вниз. Сила натяжения пружины уравнивает силу тяжести нижнего груза, поэтому ускорение нижнего груза в начальный момент равно нулю.



9. В лифте стоит ведро с водой, в котором плавает игрушечный кораблик. Как изменится глубина погружения кораблика, если лифт поедет с ускорением вверх?

Решение. Когда лифт едет с ускорением вверх, вес предметов в лифте увеличивается. Вес кораблика увеличивается так же, как и вес воды в ведре. Поэтому глубина погружения кораблика не изменяется.

10. Винни-Пух полез на высокий-превысокий дуб за мёдом и свалился. За последнюю секунду падения Винни-Пух пролетел 20 метров. Вычислите высоту высокого-превысокого дуба.

11. С Пизанской башни, высота которой равна H , вниз с некоторой начальной скоростью бросили теннисный мячик. Одновременно снизу вверх бросили второй мячик с такой же начальной скоростью. Какой была начальная скорость мячиков, если они столкнулись на высоте $1/3 H$.

12. Взбесившийся лифт несётся вверх с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. На потолке кабины лифта сидит таракан. Когда скорость лифта достигла $v_0 = 7 \text{ м/с}$, таракан сорвался и стал падать вниз. Найдите время падения таракана, если высота кабины лифта равна $h = 2,16 \text{ метра}$.

Решение. Удобно решать задачу в системе отсчёта, которая движется вверх со скоростью 7 м/с . В этой системе отсчёта начальная скорость лифта и таракана равна нулю. За время t таракан пролетит вниз расстояние $\frac{gt^2}{2}$, а пол лифта поднимется вверх на $\frac{at^2}{2}$. Поэтому время падения таракана можно найти из условия $h = \frac{gt^2}{2} + \frac{at^2}{2}$. Подставим числа и получим $t^2 = 0,36 \text{ с}^2$, или $t = 0,6 \text{ секунд}$.

13. Ракета массой M взлетает вертикально с ускорением a . Сколько топлива при этом сжигается за секунду, если известно, что скорость истечения газов из сопла ракеты равна v .

14. Барон Мюнхгаузен рассказал, что однажды во время боя он навёл пушку точно на позиции врага и выстрелил. Сразу после выстрела барон Мюнхгаузен вскочил на ядро и долетел на нём до вражеского штаба. Затем он быстро взял в плен опешившего вражеского главнокомандующего и выиграл бой. Известно, что масса Мюнхгаузена в 5 раз больше массы ядра. Найдите физическую ошибку в этом рассказе. Какую часть расстояния до позиций врага Мюнхгаузен прошёл пешком?

15. С каким максимальным ускорением может разгоняться автомобиль с достаточно мощным двигателем, если коэффициент трения между

колёсами и дорогой μ ? Рассмотрите случай переднеприводного и заднеприводного автомобиля. Известно, что расстояние между колёсами автомобиля равно L , центр масс расположен посередине между колёсами на расстоянии h от дороги.

13. Неинерциальные системы отсчёта. Кажущиеся силы

При резком торможении автобуса пассажирам кажется, что возникает сила, которая толкает их вперёд по ходу движения автобуса. На самом деле никакой силы нет, дело в том, что, когда автобус останавливается, пассажиры продолжают двигаться вперёд по инерции.

В момент торможения система отсчёта, связанная с автобусом, является неинерциальной. В неинерциальных системах отсчёта не выполняется второй закон Ньютона. Если на тело не действуют внешние силы, то относительно неинерциальной системы отсчёта тело будет двигаться с ускорением (например, пассажир автобуса будет падать вперёд). И, наоборот, для того, чтобы тело в неинерциальной системе отсчёта покоилось, на него должна действовать внешняя сила (в автобусе пассажиры должны держаться за поручни, чтобы не упасть во время торможения).

В некоторых неинерциальных системах отсчёта даже самое простое движение, например, движение с постоянной скоростью относительно Земли, может выглядеть чрезвычайно запутанно. Несмотря на это, во многих задачах бывает удобно рассматривать движение именно в неинерциальной системе отсчёта. Ниже приведены два наиболее важных класса таких задач.

Система отсчёта, которая движется с постоянным ускорением

Системы отсчёта, которые движутся с постоянным ускорением, встречаются достаточно часто. Например, это система отсчёта, связанная со свободно падающим телом. На популярном аттракционе «Свободное падение» люди в креслах поднимаются на высокую башню. Затем кресла срываются вниз и несколько секунд практически свободно падают под действием силы тяжести. При этом вес человека (напомним, вес – это сила, с которой человек действует на опору, в данном случае на кресло) резко уменьшается, что сопровождается необычными ощущениями. Кажется, что возникает сила, которая тянет человека вверх из кресла.

Рассмотрим это движение с физической точки зрения. При движении с ускорением a , направленным вниз, вес человека уменьшается на ma . Ров-

но на столько же уменьшается сила, с которой человек давит на неподвижную опору, когда на него действует внешняя сила, равная ma и направленная вверх. Поэтому во время падения на аттракционе человеку кажется, что на него действует сила, равная ma и направленная вверх, то есть противоположно ускорению. Эта сила называется силой инерции.

Теперь рассмотрим падение на аттракционе в системе отсчёта Земли. На человека действуют две силы: сила тяжести и сила реакции опоры со стороны кресла. Когда кресло начинает опускаться вниз с ускорением, сила реакции опоры уменьшается. Поэтому человек под действием силы тяжести начинает падать вниз. При этом уменьшается сила, с которой человек давит на кресло, то есть вес человека. Аналогично уменьшается вес в лифте, который движется с ускорением, направленным вниз.

Как мы видим, в системе отсчёта Земли нет силы инерции. Поэтому сила инерции – это кажущаяся сила. Про неё вообще не стоило бы говорить, если бы не одно её важное свойство. В системе отсчёта, падающей вместе с человеком, второй закон Ньютона не выполняется. Но если мы сами добавим силу инерции в уравнения движения, то движение тела в падающей системе отсчёта будет описываться законами Ньютона!

Аналогично вводят силу инерции в системе отсчёта, которая движется с постоянным ускорением a . В такой системе отсчёта на тело массой m действует сила инерции $-ma$. Знак минус в этом выражении показывает, что сила инерции направлена противоположно ускорению системы отсчёта.

Заметим, что сила инерции, действующая в ускоренной системе отсчёта, изменяет ускорение свободного падения. Если в инерциальной системе отсчёта на тело действует сила тяжести mg , то в системе отсчёта, которая движется с постоянным ускорением a , на тело дополнительно действует сила инерции $-ma$. Поэтому в такой системе отсчёта ускорение свободного падения равно $g - a$. (Здесь имеется в виду векторная разность.) Например, в системе отсчёта, связанной со свободно падающим телом, (такая система отсчёта движется вниз с ускорением g), ускорение свободного падения равно нулю.

«Неинерциальные» задачи

Вначале в качестве примера рассмотрим уже знакомую нам задачу.

1. Вася, масса которого после сытного обеда равна 40 кг, спускается в лифте. Первую секунду лифт движется с ускорением $a = 1 \text{ м/с}^2$, затем лифт 5 секунд движется вниз с постоянной скоростью, за последнюю се-

кунду лифт останавливается с постоянным ускорением. Как при этом изменяется вес Васи?

Решение. В первую секунду система отсчёта лифта не является инерциальной. Ускорение лифта a направлено вниз, следовательно в системе отсчёта лифта на Васю действует сила инерции ma , направленная вверх. Поэтому вес Васи равен $mg - ma$.

Затем лифт 5 секунд движется с постоянной скоростью. В этом случае система отсчёта лифта является инерциальной и вес Васи равен mg .

В течение последней секунды лифт останавливается с ускорением a , но направленным вверх. Следовательно, в системе отсчёта лифта на Васю действует сила инерции ma , направленная вниз, поэтому вес Васи равен $mg + ma$.

2. С каким ускорением должна двигаться летящая вертикально вверх ракета, чтобы вес космонавта в ракете был в 2 раза больше, чем на Земле?

3. Юный исследователь едет в лифте и наблюдает за показаниями ртутного барометра. Как будут изменяться показания барометра, когда лифт будет двигаться с ускорением?

4. Винни-Пух и Пятачок едут в вагоне метро. Винни-Пух держит подвешенный на ниточке железный шарик, а Пятачок держит за верёвочку лёгкий воздушный шарик, наполненный гелием. Что произойдёт с шариками, если поезд резко затормозит?

Решение. Когда вагон тормозит, в системе отсчёта вагона возникает сила инерции, направленная вперёд по ходу движения вагона. Силу инерции можно рассматривать как добавку к ускорению свободного падения. Поэтому в системе отсчёта вагона ускорение свободного падения отклоняется от вертикали.

Очевидно, что железный шарик отклонится вперёд относительно вагона. Лёгкий воздушный шарик стремится взлететь вверх, в направлении противоположном направлению ускорения свободного падения. Поэтому воздушный шарик отклонится назад.

Шарик летает, потому что на него действует сила Архимеда со стороны воздуха. Когда вагон тормозит, воздух под действием силы инерции смещается вперёд. Давление воздуха в начале вагона увеличивается и выталкивает шарик назад.

5. Предложите способ измерить массу тела в невесомости.

Вращающиеся системы отсчёта

Хорошо известно, что если тяжёлое тело раскрутить на верёвке, то верёвка будет натянута с большой силой. Нам кажется, что при вращении появляется сила, которая действует на тело в направлении от оси вращения и натягивает верёвку. Это тоже сила инерции. Она возникает в системе отсчёта, вращающейся вместе с телом, и называется центробежной силой.

Теперь рассмотрим вращение в покоящейся системе отсчёта. При движении по окружности с постоянной скоростью тело имеет ускорение, которое направлено к центру окружности и называется центростремительным ускорением. Для того чтобы создавать это ускорение, на тело должна действовать сила, направленная к центру. С помощью метода анализа размерностей мы уже показывали, что эта сила равна $\frac{mv^2}{R}$. Здесь m – масса тела, v – его скорость, а R – радиус окружности, по которой движется тело.

Для того чтобы удержать тело на окружности, мы сами натягиваем верёвку и прикладываем к телу силу, направленную к центру окружности. По третьему закону Ньютона, тело также натягивает верёвку и действует на нас с силой $\frac{mv^2}{R}$. Это и есть та сила, которую мы называем центробежной.

Как мы видим, не существует силы, которая при вращении действовала бы на тело в направлении от оси вращения. Поэтому центробежная сила – это кажущаяся сила, которую искусственно вводят для того, чтобы движение тела во вращающейся системе отсчёта подчинялось законам Ньютона.

Замечание. Пока мы научились описывать движение тела только в системе отсчёта, которая вращается вместе с телом с постоянной скоростью. При движении тела относительно вращающейся системы отсчёта возникают дополнительные силы инерции. О них мы поговорим немного позже.

«Вращательные» задачи

1. Вычислите силу инерции, которая действует на водителя, когда автомобиль движется по закруглению дороги радиусом $R = 40$ м на скорости $v = 60$ км/ч. Масса водителя $M = 60$ кг.

2. Аттракцион «Сюрприз» представляет собой колесо диаметром $d = 11$ м, по периметру которого установлены поддерживающие упоры. Перед началом катания человек прижимается спиной к упору, затем колесо начинает вращаться со скоростью 15 оборотов в минуту. Определите, какая сила прижимает человека к упору. Сможет ли эта сила удержать человека, если колесо поднимется в вертикальное положение?

3. Самолёт выполняет мёртвую петлю. Считайте петлю идеальным кругом радиусом 100 метров. В какой точке траектории перегрузка максимальная? Известно, что самолёт может двигаться с перегрузкой не более $9g$. С какой максимальной начальной скоростью самолёт может выполнить мёртвую петлю?

4. Предложите способ, как можно создать внутри космического корабля искусственную невесомость.

5. Однажды за бароном Мюнхгаузеном погнался свирепый тигр. Тогда барон достал пистолет и выстрелил вперёд. Пуля облетела вокруг Земли и попала точно в тигра. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите скорость пули и время, за которое пуля облетела вокруг Земли. Радиус Земли R считать равным 6400 км.

Решение. Для того чтобы пуля облетела вокруг Земли, необходимо чтобы центробежная сила была равна силе тяжести пули $mg = \frac{mv^2}{R}$.

Отсюда получаем для скорости пули $v^2 = gR$, подставив числа, получим $v = 8$ км/с. Как известно, длина окружности Земного шара приблизительно равна 40000 км. Поэтому пуля будет лететь вокруг Земли приблизительно 5000 секунд, или 1 час 23 минуты.

Для простоты мы не учитываем в решении то, что Земля вращается вокруг своей оси.

Для защитников дикой природы можно сказать, что реальная скорость пистолетной пули обычно не превышает 300–500 м/с, то есть как минимум на порядок меньше необходимой. Кроме того, скорость пули быстро уменьшается под действием сопротивления воздуха. Поэтому данная история, в стиле барона Мюнхгаузена, не имеет ничего общего с реальностью.

6. Спутник вращается вокруг экватора по геостационарной орбите. На такой орбите спутник все время находится над одной точкой на Земле. Чему равен период обращения спутника вокруг Земли? Найдите скорость спутника и радиус орбиты.

Важное замечание. Как известно, Земля вращается вокруг своей оси. Поэтому в системе отсчёта Земли на неподвижное тело действует центробежная сила, связанная с вращением Земли. В большинстве задач достаточно учесть, что эта сила вносит небольшой вклад в ускорение свободного падения. Однако в задачах, предложенных ниже, нужно будет напрямую учитывать вращение Земли.

7. Из-за вращения Земли вокруг своей оси ускорение свободного падения на экваторе оказывается меньше, чем на полюсе. Считая радиус Земли постоянным и равным 6371 км, вычислите разницу между ускорениями свободного падения на экваторе и полюсе.

Ответ. Ускорение свободного падения на экваторе меньше приблизительно на $0,03 \text{ м/с}^2$.

В действительности из-за вращения вокруг своей оси, Земля имеет форму, которая называется **геоидом**. Полярный радиус Земли приблизительно на 20 км меньше экваториального радиуса, поэтому форма Земли напоминает помидор. Из-за этого ускорение свободного падения на экваторе оказывается ещё немного меньше, чем на полюсе. Разница между ними приблизительно равна $0,05 \text{ м/с}^2$.

8. Самолёт летит вдоль экватора на небольшой высоте с запада на восток со скоростью 300 м/с. Насколько отличается вес пассажиров самолёта от их веса на поверхности Земли?

Решение. Из предыдущей задачи известно, что точки на экваторе Земли вращаются со скоростью около 460 м/с с запада на восток. Направление движения самолёта совпадает с направлением вращения Земли. Поэтому скорость движения самолёта относительно инерциальной системы отсчёта равна сумме скорости вращения Земли и скорости самолёта относительно Земли.

Скорость самолёта равна 760 м/с, следовательно центробежное ускорение равно $\frac{v^2}{R} \approx 0,09 \text{ м/с}^2$. Из предыдущей задачи мы знаем, что центробежное ускорение точек на экваторе равно $0,03 \text{ м/с}^2$. Отсюда получаем, что движение самолёта создаёт дополнительное центробежное ускорение, равное приблизительно $0,06 \text{ м/с}^2$. Таким образом, во время полёта вес пассажиров самолёта уменьшается приблизительно на 0,6 процента.

В данной задаче скорость самолёта относительно инерциальной системы отсчёта складывается из скорости вращения Земли v и скорости самолёта относительно Земли u . Суммарная скорость самолёта равна $v + u$, соответственно центробежное ускорение самолёта равно

$\frac{(v+u)^2}{R} = \frac{v^2}{R} + \frac{u^2}{R} + \frac{2vu}{R}$. Первое слагаемое – это центробежное ускорение, связанное с вращением Земли. Второе слагаемое – это центробежное ускорение самолёта в системе отсчёта Земли. Третье слагаемое возникает при движении относительно вращающейся системы отсчёта и называется силой **Кориолиса**.

Из-за вращения вокруг своей оси система отсчёта Земли не является инерциальной. Поэтому в системе отсчёта Земли сила Кориолиса действует на все движущиеся объекты. В северном полушарии сила Кориолиса направлена вправо относительно направления движения, а в южном полушарии – влево.

14. Работа и Энергия

Нам уже известно, что с помощью рычага, подвижного блока и гидравлического пресса можно увеличить силу в несколько раз, но одновременно с выигрышем в силе возникает проигрыш в расстоянии в такое же число раз. Заметим, что во всех названных случаях величина, равная произведению силы на перемещение под действием этой силы, остаётся постоянной. Можно догадаться, что эта величина имеет глубокий физический смысл.

Физическая величина, равная произведению силы на перемещение под действием этой силы, называется механической работой.

Под перемещением под действием силы следует понимать перемещение в направлении силы. Например, если к телу приложена внешняя сила, но перемещение тела направлено перпендикулярно к этой силе, работа не совершается.

Единицей измерения работы в системе СИ является джоуль (Дж). Нетрудно сообразить, что 1 джоуль равен 1 ньютон · 1 метр.

Важное замечание. Момент силы тоже равен произведению силы и расстояния. Подумайте, в чём главное отличие между работой и моментом силы?

«Работящие» задачи

1. Рабочий случайно уронил кирпич массой $m = 10$ кг с высоты $h = 10$ м. Какая работа совершается при падении кирпича? Какая сила совершает работу?

Решение. Кирпич падает под действием силы тяжести, поэтому работу совершает сила тяжести. Работа равна произведению силы тяжести кирпича на перемещение $mg \cdot h = 1000$ Дж.

2. Дядя Фёдор отправил родителям посылку массой $M = 10$ кг. Почтальон Печкин вначале пронёс посылку от почты до дома родителей на расстояние $L = 1$ км, а затем поднялся с посылкой по ле-

стнице на 10-й этаж на высоту $H = 25$ м. Какую работу совершил Почтальон Печкин?

Решение. Чтобы нести посылку, Печкин должен прикладывать силу, равную весу посылки и направленную вверх. На первом участке пути Печкин нёс посылку на расстояние L . При этом перемещение было направлено горизонтально, а сила – вертикально, поэтому работа Печкина на первом участке пути равна нулю. Когда Печкин поднимался по лестнице, перемещение направлено вертикально, так же как и приложенная сила, поэтому совершенная Печкиным работа равна $Mg \cdot H$ (мы вычислили работу по поднятию посылки, но мы не учитываем работу, которую Печкин совершил, когда сам поднимался по лестнице).

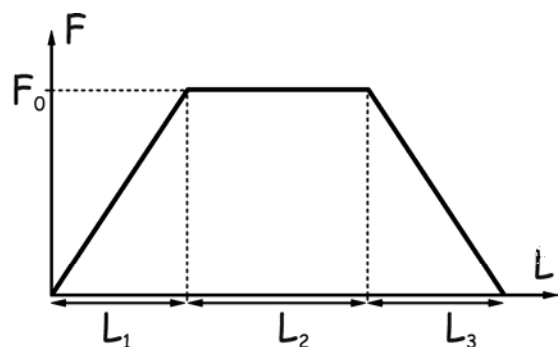
3. Оля вычерпала половину воды из бочки, затем Женя вычерпал оставшуюся половину. Кто из них совершил большую работу?

4. Во время прохождения через шлюз корабль массой 20 тысяч тонн поднялся на 10 метров. Какая работа была совершена? Какая сила совершила работу?

Решение. Корабль поднимается под действием силы Архимеда, которая совершает работу, равную $mgh = 2 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м} = 2 \cdot 10^9 \text{ Дж}$. Можно отметить, что сила Архимеда создаётся силой тяжести воды. Когда сила Архимеда поднимает корабль, вода опускается и занимает место корабля. Поэтому можно сказать, что работу совершает сила тяжести воды.

5. Альпинист по верёвке поднялся на высокую скалу. Какую минимальную работу ему нужно совершить, чтобы поднять верёвку массой $m = 4$ кг и длиной $l = 50$ м, которая свешивается вертикально с края скалы, не касаясь земли?

6. Сила, действующая на пулю массы m внутри ствола винтовки, сначала возрастает, затем не меняется, и, наконец, убывает до нуля. Определите полную работу, произведённую над пулей.



7. Физкультурник во время утренней зарядки поднимает пудовую гирю (масса гири $m = 16$ кг) на высоту h с постоянным ускорением a . Какую работу он при этом совершает?

8. В порту установили современную линию погрузки судов. Баржа проплывает мимо порта с постоянной скоростью v , в это время кран опускает на баржу контейнер массой m . Контейнер скользит по барже и останавливается через время t . Найдите длину следа, который контейнер оставляет на барже и работу силы трения.

9. Лыжник массой 50 кг скользит по горизонтальному участку лыжни практически без трения. В некотором месте дворник по ошибке посыпал лыжню песком, на этом участке коэффициент трения равен 0,5. Известно, что под действием силы трения лыжник остановился так, что носы лыж оказались на расстоянии 3 метра от начала посыпанного участка. Также известно, что длина лыж равна 2 метра. Вычислите работу силы трения. Считайте, что вес спортсмена равномерно распределяется по всей длине лыжи.

Мощность

Одну и ту же работу можно совершить за различное время, поэтому вводят ещё одну физическую величину – **мощность**. Мощность имеет смысл скорости, с которой совершается работа, и равняется отношению совершенной работы ко времени: $P = A/t$.

Как видно из формулы, в системе СИ мощность измеряется в джоулях в секунду. Эта единица измерения имеет специальное название – ватт (Вт).

Вы, вероятно, слышали, что мощность двигателей измеряется в лошадиных силах. Иногда в шутку говорят, что лошадиная сила – это сила, которую развивает лошадь весом 1 кг и ростом 1 метр. На самом деле, лошадиная сила – это средняя мощность, которую развивает лошадь во время работы: 1 лошадиная сила равняется приблизительно 735 ватт.

«Мощные» задачи

1. При движении на велосипеде спортсмен действует на каждую педаль со средней силой, равной 750 Н и направленной вниз. Чему равна работа этой силы за один оборот педалей, если каждая педаль описывает окружность, диаметр которой равен 36 см? Какую мощность развивает спортсмен, если полный оборот педалей он делает за 3 секунды?

Решение. Когда педаль опускается сверху вниз, спортсмен совершает работу, равную $750 \text{ Н} \cdot 36 \text{ см} = 270 \text{ Дж}$. За один оборот спортсмен опускает левую и правую педали. Следовательно, он совершает работу 540 Дж за 3 секунды. Отсюда мощность, развиваемая спортсменом, равна 180 Вт .

2. Троллейбус едет с постоянной скоростью 36 км/ч , при этом его мотор развивает мощность 20 кВт . Определите силу тяги, которая действует на троллейбус.

3. Сумасшедший учёный поднимается домой по лестнице с такой скоростью, чтобы во время подъёма развивать постоянную мощность, равную 100 Вт . Сегодня учёный купил в магазине колбасы, поэтому ему пришлось подниматься на 3 секунды дольше, чем обычно. Известно, что учёный живёт на 6 этаже (считайте, что первый этаж расположен на уровне земли), а расстояние между этажами равно 3 метра. Сколько колбасы купил учёный?

4. На автомобиле установлен двигатель мощностью 68 лошадиных сил. Во время движения на автомобиль действует сила сопротивления воздуха $F = \beta v^2$, где β – коэффициент сопротивления, равный $0,4 \text{ кг/м}$. Вычислите максимальную скорость автомобиля.

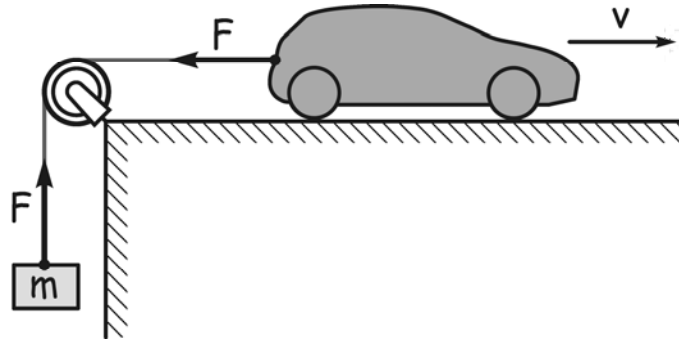
Энергия

На мой взгляд, данная тема наиболее удачно изложена в книге Фейнмана, однако для первого знакомства с понятием энергии изложение Фейнмана будет слишком сложным.

Физическая величина, характеризующая способность тела совершать работу, называется **энергией тела**. Энергия, так же как и работа, измеряется в джоулях.

Один из видов энергии – это энергия механического движения. Такая энергия называется **кинетической** (от греческого слова «kinetikos» – движение).

Найдём зависимость кинетической энергии от скорости и массы тела. Для этого вычислим, какую работу может совершить движущееся тело.



Рассмотрим машинку, которая может ездить по горизонтальному столу. Чтобы машинка совершила работу, привяжем к ней груз с помощью нитки, перекинутой через блок. Сила тяжести груза действует на машинку и останавливает её. Такая же по величине сила действует на груз и поднимает его вверх.

Заметим, что машинка и груз будут двигаться с ускорением, поэтому вес груза и сила натяжения нитки будет меньше, чем его сила тяжести. Обозначим силу натяжения нитки F , а массу машинки M , тогда ускорение машинки $a = \frac{F}{M}$. Соответственно до момента остановки машинка проедет

расстояние $L = \frac{v^2}{2a} = \frac{Mv^2}{2F}$. Груз поднимется на такое же расстояние вверх.

Работу по поднятию груза, которую совершила машинка, можно вычислить как $FL = \frac{Mv^2}{2}$. Эта величина и есть кинетическая энергия машинки.

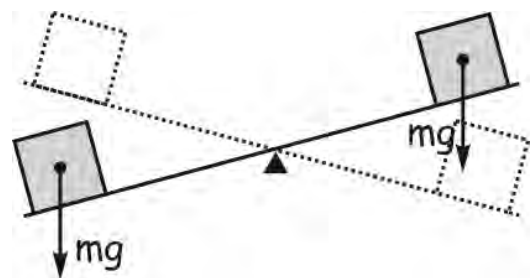
Таким образом, мы показали, что кинетическая энергия связана с массой и скоростью тела выражением $E_{\text{кин}} = \frac{Mv^2}{2}$.

Кроме кинетической энергии, связанной с движением, тело может обладать энергией, возникающей в результате воздействия на него внешних сил. Такая энергия называется **потенциальной**.

Рассмотрим простую задачу. Пусть два школьника качаются на качелях, представленных на рисунке.

Каждый из них по очереди опускается и поднимается, и для этого им практически не приходится прикладывать силу.

Чтобы поднять человека, нужно совершить работу, равную произведению его веса и высоты подъёма $mg \cdot h$. Кто совершает эту работу? В нашем примере школьники уравновешены на качелях, поэтому на первого школьника с



помощью рычага действует сила тяжести второго. Следовательно, когда первый поднимается, работу совершает сила тяжести второго школьника.

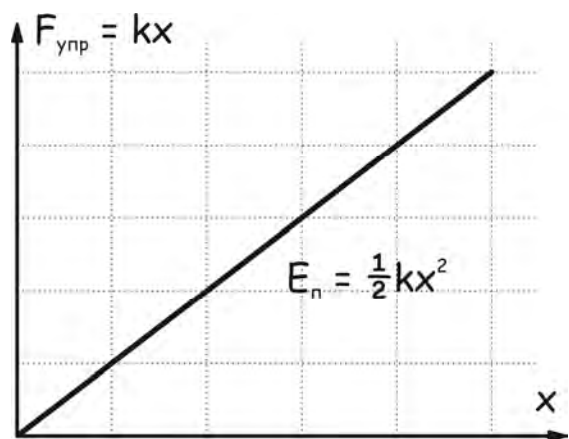
Тело массой m , поднятое на высоту h , может совершить работу, равную mgh . Таким образом, потенциальная энергия такого тела определяется выражением $E_n = mgh$.

Когда мы поднимаем тело, мы совершаем работу и увеличиваем потенциальную энергию тела. Опускаясь, тело само совершает работу, и возвращает работу, затраченную на его подъём. Эта работа может расходоваться на поднятие другого тела, как в примере со школьниками на качелях, или на увеличение скорости тела.

Кроме того, потенциальной энергией обладает заведённая пружина часов. Когда мы заводим часы, мы сжимаем пружину и увеличиваем её потенциальную энергию. Когда пружина раскручивается, она совершает работу и передвигает стрелки часов.

Теперь найдём потенциальную энергию сжатой пружины жёсткостью k . Если пружина сжата на величину x , то сила упругости пружины равна kx . Работу по сжатию пружины можно посчитать как площадь под графиком силы упругости пружины от величины сжатия. Следовательно, потенциальная энергия сжатой пружины равна

$$E_n = \frac{kx^2}{2}.$$



Сумму потенциальной и кинетической энергий тела называют его **полной механической энергией**.

Потенциальную энергию можно ввести для сил, которые зависят только от взаимного расположения тел и не зависят от скорости движения. Такие силы называют **консервативными**. Например, к консервативным силам относятся сила тяжести и сила упругости. Работа консервативных сил зависит от начального и конечного положения тела, но не от формы траектории. Например, работа силы тяжести зависит только от начальной и конечной высоты тела.

Под действием консервативных сил кинетическая и потенциальная энергии тела могут изменяться, но их сумма, то есть механическая энергия, остаётся постоянной.

Соответственно все остальные силы называют **неконсервативными**. Под действием таких сил механическая энергия тела может изменяться.

Среди неконсервативных сил можно отдельно выделить силы, которые зависят только от взаимного расположения тел и их скоростей. Например,

это силы трения и сопротивления воздуха. Сила трения всегда направлена противоположно движению, поэтому работа силы трения уменьшает кинетическую энергию тела. Такие силы называют **диссипативными** («диссипативный» переводится с латинского как «рассеивающий» или «разрушающий»), потому что под действием диссипативных сил механическая энергия тела уменьшается.

Изменение механической энергии тела равно работе неконсервативных сил. Поэтому справедлив закон сохранения механической энергии тела:

Если на тело не действуют неконсервативные силы, либо их работа равна нулю, то полная механическая энергия тела сохраняется.

Заметим, что закон сохранения механической энергии не запрещает энергии переходить из кинетической в потенциальную и обратно. Например, такой переход энергии можно наблюдать при колебаниях маятника. Когда маятник отклонён от вертикали на максимальный угол, его потенциальная энергия максимальна, а кинетическая энергия равна нулю. Затем маятник возвращается в вертикальное положение, при этом скорость и кинетическая энергия маятника увеличиваются, а потенциальная энергия уменьшается. Далее маятник снова начинает подниматься, при этом его потенциальная энергия увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается. Наконец, маятник доходит до крайнего положения и останавливается, в этот момент потенциальная энергия максимальна, а кинетическая равна нулю. Затем все повторяется снова.

Если на тело действуют диссипативные силы, механическая энергия тела уменьшается. Но эта энергия не теряется, она переходит в другие виды энергии. Например, механическая энергия может переходить в тепловую или электрическую энергию.

Теперь мы сформулируем закон сохранения полной энергии. Для этого рассмотрим систему тел, которые могут произвольным образом взаимодействовать друг с другом, но не взаимодействуют с окружающими телами. Такая система называется замкнутой. Мы будем говорить именно о системе тел, потому что в любом взаимодействии участвуют как минимум два тела.

В такой системе могут происходить самые разные превращения энергии, однако **полная энергия замкнутой системы сохраняется**. Это утверждение называется законом сохранения энергии.

Например, ветер раскручивает ветряной генератор. Кинетическая энергия ветра преобразуется в энергию вращения генератора, а затем в электрическую энергию и по проводам передаётся в дома. Затем в лампочке электрическая энергия преобразуется в тепловую и световую энергии.

В этом процессе энергия многократно преобразуется из одного вида в другой, но полная энергия сохраняется.

«Энергичные» задачи

1. На автомобиле массой 1000 кг установлен двигатель мощностью 100 лошадиных сил. Считая, что двигатель все время развивает максимальную мощность, вычислите, за какое минимальное время автомобиль может разогнаться до скорости 100 км/ч.

2. Горнолыжник Егорка массой M скатывается с вершины. Высота горы равна H , длина склона L , а сила трения, одинаковая на всём пути, равна F . Какую кинетическую энергию Егорка будет иметь в конце горы? На каком расстоянии от края склона он остановится?

Решение. Потенциальная энергия Егорки наверху горы равна MgH . Когда он скатывается с горы, часть потенциальной энергии расходуется на преодоление силы трения, а оставшаяся часть переходит в кинетическую энергию. Работа силы трения равна FL , следовательно, в конце горы кинетическая энергия Егорки равна $MgH - FL$. Дальше Егорка будет скользить по горизонтальному участку, поэтому его потенциальная энергия не будет изменяться. Кинетическая энергия будет расходоваться на преодоление силы трения. Поэтому Егорка остановится, на расстоянии $\frac{MgH}{F} - L$ от начала горизонтального участка.

3. За первые 10 секунд полёта ракета массой $M = 500$ кг практически вертикально взлетает на высоту $H = 400$ м, при этом двигатель ракеты развивает постоянную силу тяги, равную $F = 10^4$ Н. Определите работу, которую совершил двигатель ракеты. Как изменилась энергия ракеты?

4. Силач Бамбула поднимает гирю массой $m = 10$ кг на высоту $h = 2$ м, прикладывая при этом постоянную силу $F = 150$ Н. Какую работу совершает Бамбула? Чему равно изменение потенциальной энергии гири? Как это согласуется с законом сохранения энергии?

5. В детском пистолете используется пружина жёсткостью 50 Н/м, которая во взведённом состоянии сжимается на 3 см. Пистолет стреляет маленькими пластмассовыми пулями массой 0,5 грамма. Определите на какую максимальную высоту сможет

подлететь пуля после выстрела, если считать что пуле передаётся ровно половина энергии пружины.

6. Егорка поднимается на воздушном шаре. За счёт чего увеличивается потенциальная энергия шара?

Решение. На воздушный шар со стороны окружающего воздуха действует сила Архимеда, в результате более лёгкий шар поднимается вверх, а более тяжёлый воздух опускается вниз. Потенциальная энергия шара увеличивается за счёт потенциальной энергии окружающего воздуха, которая уменьшается.

7. Аквариум имеет форму куба со стороной $L = 50$ см и разделён вертикальной перегородкой ровно пополам: одна половина аквариума полностью заполнена водой, а вторая пустая. Определите, какое количество энергии выделилось, когда перегородку убрали? В каком виде выделилась энергия?

8. Какую работу совершает водолаз, который поднимает золотой слиток массой $m = 1$ кг с глубины $h = 10$ м? Чему равно изменение потенциальной энергии слитка? Плотность золота $\rho_{\text{зол}} = 19300$ кг/м³, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

9. При сгорании $V = 1$ литра бензина выделяется приблизительно $L = 32$ МДж. Только $\eta = 30\%$ этой энергии уходит на полезную работу, а остальная энергия тратится на «обогрев окружающего воздуха». Сколько бензина необходимо для того, чтобы автомобиль массой $M = 1500$ кг разогнать до скорости $v = 90$ км/ч.

Решение. Для того чтобы разогнать автомобиль массой M до скорости v необходима энергия $\frac{Mv^2}{2}$. Эта энергия выделяется в двигателе при сгорании бензина. При сгорании 1 литра бензина выделяется полезная энергия, равная ηL . Следовательно, для того, чтобы разогнать автомобиль, необходимо $\frac{Mv^2}{2\eta L} \approx 0,05$ литров бензина.

10. Пружина жёсткостью k одним концом подвешена к потолку. К нижнему концу нерастянутой пружины прикрепили груз массой m и отпустили его, после этого пружина начала колебаться. С помощью закона сохранения энергии определите максимальное растяжение пружины в процессе колебаний.

11. Альпинистская верёвка подчиняется закону Гука, пока не разрывается при силе натяжения $T = 22000$ Н, будучи растянутой на

$a = 25\%$ от своей первоначальной длины. Во время испытания один конец верёвки длиной L закрепляют на стене, а свободный конец поднимают вверх на высоту L над точкой закрепления верёвки. К свободному концу привязывают груз массой m и отпускают его с нулевой начальной скоростью. При какой максимальной массе груза m верёвка обязана выдержать рывок?

12. Машина поехала и разогналась до скорости v , при этом двигатель совершил работу $\frac{1}{2}mv^2$. Эта энергия выделилась при сгорании бензина. Теперь рассмотрим движение автомобиля в системе отсчёта, которая движется навстречу автомобилю со скоростью v . В такой системе отсчёта скорость вначале была v , а в конце стала равна $2v$. Можно посчитать, что изменение кинетической энергии автомобиля равно $3 \cdot \frac{1}{2}mv^2$. Почему в такой системе отсчёта изменение энергии автомобиля больше на mv^2 ? Откуда взялась эта энергия?

Решение. Для того, чтобы ехать вперёд, автомобиль отталкивается от Земли. Если автомобиль массой m в результате приобрёл скорость v , то Земля, масса которой равна M , приобретает скорость $\frac{m}{M}v$ в обратном направлении. Поскольку масса Земли огромна по сравнению с массой автомобиля, мы не замечаем никакого изменения скорости Земли.

В системе отсчёта, которая движется со скоростью v относительно Земли, кинетическая энергия Земли равна $\frac{Mv^2}{2}$. После того, как машина разгонится, скорость Земли уменьшится и её кинетическая энергия станет равна $\frac{1}{2}Mv^2 \left(1 - \frac{m}{M}\right)^2$. Если раскрыть скобки и пренебречь слагаемым, обратнопропорциональным M , получим $\frac{Mv^2}{2} - mv^2$. Таким образом, в движущейся системе отсчёта кинетическая энергия Земли уменьшилась, а суммарная энергия Земли и машины увеличилась на $\frac{1}{2}mv^2$, так же, как и в системе отсчёта Земли.

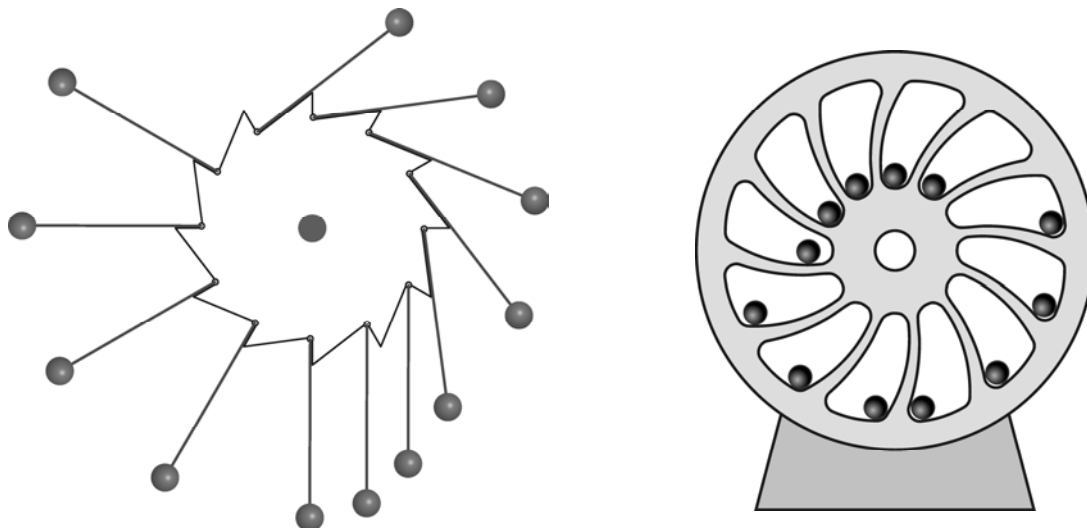
15. Вечный двигатель

У современного человека есть потребность в большом количестве энергии и желание получать эту энергию бесплатно, поэтому многие изобретатели пытались и пытаются создать вечный двигатель (perpetuum mobile). Под вечным двигателем принято понимать такое устройство, которое способно бесконечно двигать само себя и вырабатывать энергию. Забегая вперёд, скажем, что создать вечный двигатель до сих пор не удалось и никогда не удастся потому, что сама идея вечного двигателя противоречит закону сохранения энергии. Однако изучение различных неудачных моделей вечного двигателя позволяет лучше понять законы физики.

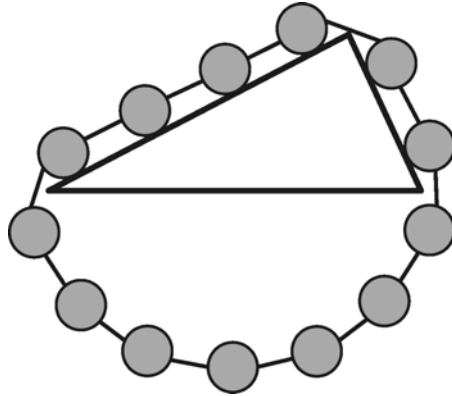
Ниже представлены различные проекты вечных двигателей. Постарайтесь самостоятельно разобраться, почему эти двигатели не работают.

1. На рисунке показана одна из первых моделей вечного двигателя. В этой модели к зубчатому колесу с помощью шарниров прикреплены грузы. С левой стороны колеса грузы всегда расположены дальше от центра. Поэтому сила тяжести грузов, расположенных слева, создаёт больший момент силы. По замыслу автора такое колесо будет вечно крутиться против часовой стрелки.

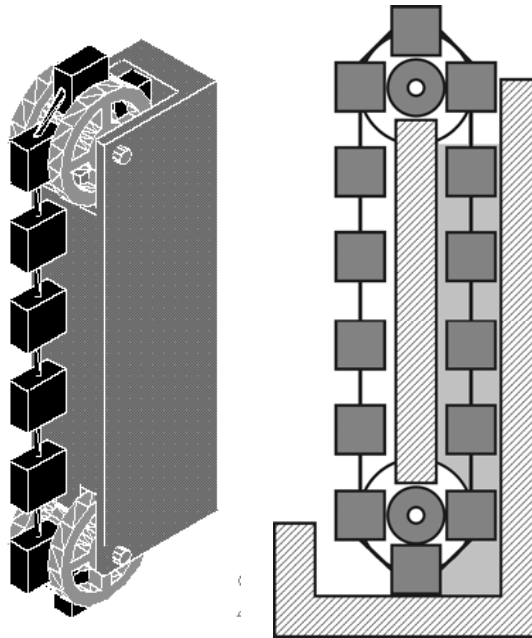
Похожая идея лежит в основе модели вечного двигателя с перекачивающимися шарами.



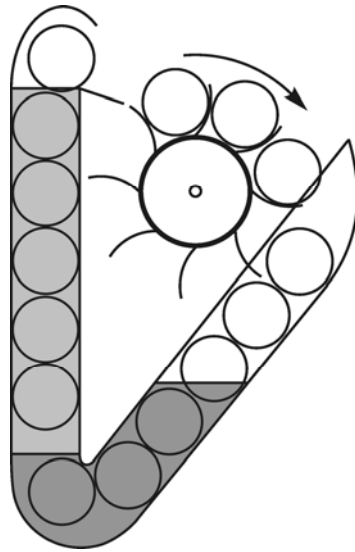
2. Следующая модель вечного двигателя состоит из цепочки шаров, которая перекинута через клин. Очевидно, что нижние 7 шаров уравновешивают друг друга, потому что снизу цепочка симметрична. На левой грани клина находятся 4 шара, а на правой – только 2. Изобретатель этого вечного двигателя считал, что 4 шара должны перевесить 2, поэтому цепочка должна вечно вращаться против часовой стрелки.



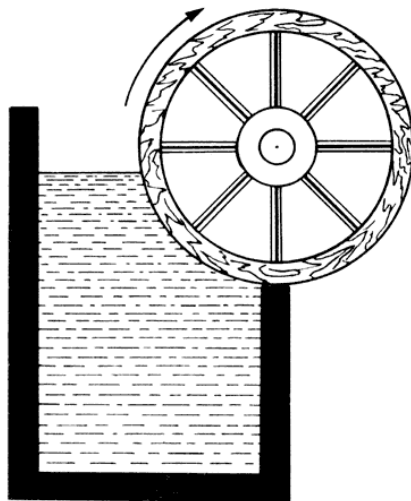
3. Принцип работы следующей модели вечного двигателя основан на законе Архимеда. Цепочка лёгких кубиков может вращаться на двух блоках. Половина цепочки находится в резервуаре с водой. На кубики, расположенные справа, действует сила Архимеда, которая выталкивает их вверх и вращает всю цепочку против часовой стрелки.



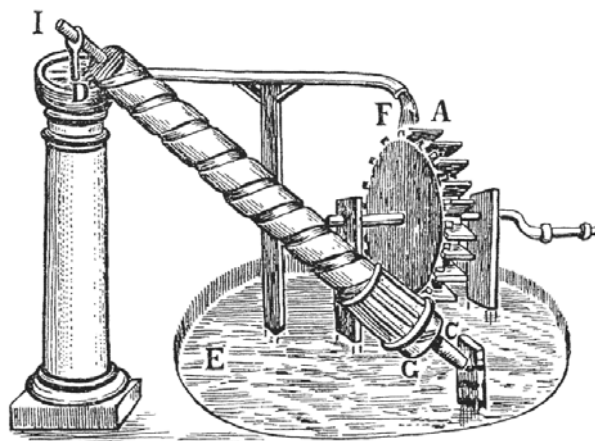
4. Следующий вечный двигатель состоит из U-образной трубки, в которую налиты две жидкости с разной плотностью. Лёгкие шарики под действием собственного веса погружаются в жидкость в правом колене трубки и попадают в левое колено, где сила Архимеда выталкивает их наверх.



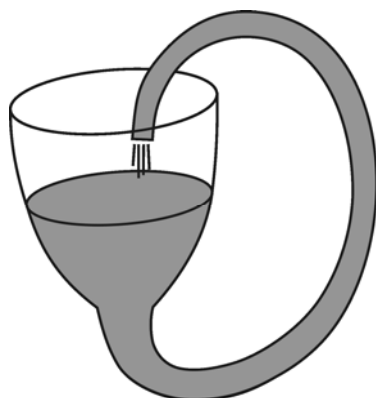
5. Принцип работы следующего вечного двигателя основан на неправильном понимании закона Архимеда. Изобретатель этого вечного двигателя, вероятно, считал, что на погружённую в воду часть колеса будет действовать сила Архимеда, направленная вверх. Поэтому колесо будет вращаться по часовой стрелке.



6. Следующий проект вечного двигателя основан на Архимедовом винте – механизме для перекачивания воды. Архимедов винт состоит из наклонно расположенной полый трубы, внутри которой находится винт. Вращаясь, винт может перекачивать воду в верхний сосуд. Вытекая из сосуда через небольшое отверстие, вода вращает водяное колесо. В свою очередь колесо вращает Архимедов винт.



7. Ещё одна модель вечного двигателя основана на неправильном понимании закона сообщающихся сосудов. Вес воды в чаше больше, чем в трубочке. Поэтому автор считает, что вода из чаши будет выдавливать воду из трубки.



Многие модели вечного двигателя весьма интересны. Но, к сожалению, ни одна из них не работает. Потому что энергию нельзя создать из ничего!

Важно отличать вечные двигатели от двигателей, которые потребляют энергию из окружающей среды и не нуждаются в заправке топливом. Требуемая для работы такого двигателя энергия достаётся бесплатно, поэтому такие двигатели называются **даровыми**. Примером даровых двигателей являются солнечные элементы и ветряные двигатели. Такие устройства нельзя считать вечными двигателями, поскольку они не создают энергию из ничего, а всего лишь преобразуют энергию окружающей среды в электричество.

16. Арифметика цвета

Если посветить лазерной указкой через дым, свет будет рассеиваться на частичках дыма, и можно будет увидеть, что свет распространяется по прямой. Поэтому и говорят луч света, ведь луч – это часть прямой линии.

Однако, свет распространяется по прямой только в однородной среде, например в воздухе. Но если поставить на пути стеклянную призму, то на границах воздуха и стекла свет будет изменять направление распространения. Этот эффект называют **преломлением света**. Преломление света происходит на границе любых прозрачных сред с различными оптическими свойствами. Например, нам кажется, что ложка в стакане с водой изгибается потому, что отражённые от ложки лучи света преломляются на границе воды и воздуха.

Если посветить на призму лучом красного света из лазерной указки, то из призмы будет выходить узкий луч красного света. Но если посветить на призму лучом белого света от лампочки, то на выходе из призмы мы увидим расходящийся пучок света всех цветов радуги, от красного до фиолетового. Этот эксперимент показывает, что белый цвет состоит из смеси различных цветов. Когда лучи всех цветов идут вместе, наш глаз воспринимает их как один белый луч. На границе стекла и воздуха лучи разного цвета преломляются на разные углы, поэтому в призме луч белого света разделяется лучи разных цветов. Говорят, что призма раскладывает белый цвет в цветовой спектр.

Теперь попробуем сложить цвета обратно, чтобы получить белый. Для этого вырежем из бумаги круг и разделим его на 7 секторов. Закрасим сектора в цвета радуги, получится своеобразный цветик-семицветик. Если быстро раскрутить цветик-семицветик вокруг центра, то все цвета сольются и круг станет белым.

Чистый лист бумаги отражает весь падающий на него свет, поэтому он имеет белый цвет. Каждый лепесток цветика-семицветика лучше всего отражает свет своего цвета, а свет остальных цветов поглощает. Например, красный лепесток лучше всего отражает красный свет. Когда цветик-семицветик вращается, в каждой точке круга по очереди оказываются все лепестки. Поэтому из любой точки отражается свет всех цветов. В результате, из каждой точки на круге в глаз приходит свет всех цветов. Глаз суммирует этот свет, поэтому быстро вращающийся цветик-семицветик мы видим белым.

Теперь вы можете самостоятельно поэкспериментировать с цветами. Попробуйте, например, разделить круг на 2 части и закрасить одну из них в синий, а вторую в красный цвет. Тогда быстро вращающийся круг будет фиолетовым. Если закрасить одну половинку круга голубым цветом, а вторую – оранжевым, то вращающийся круг будет белым.

Можно предположить, что если мы смешаем краски семи цветов радуги, то получится краска белого цвета. Но проделав этот простой эксперимент, вы с удивлением обнаружите, что получившаяся краска будет чёрной. Разница в том, что теперь все краски **одновременно** находятся в одном месте. Каждая краска отражает свет своего цвета и поглощает свет других цветов. Поэтому теперь для любого цвета найдётся краска, которая его поглощает.

Можно сказать, что на вращающемся круге цвета складываются, а при смешивании красок – вычитаются.

Темы для самостоятельного изучения

В этом разделе приведены несколько интересных вопросов для самостоятельного изучения. Можно предложить ребятам самостоятельно разобраться эти темы и рассказать о них на занятии. Нужно отметить, что объяснения некоторых явлений достаточно сложные, поэтому разумно требовать только качественного понимания происходящих процессов.

Ответы на эти, а также многие другие интересные вопросы, можно найти в книгах 17-22 из списка литературы.

Различные двигатели

1. **Паровой двигатель.** Рассмотреть устройство парового двигателя и разобраться, как он работает.
2. **Двигатель внутреннего сгорания.** Разобраться в том, как устроен и как работает двигатель внутреннего сгорания. Почему он так называется, и что такое двигатель внешнего сгорания?
3. **Реактивный двигатель.** Разобраться в принципе работы реактивного двигателя. Попробуйте самостоятельно изготовить простую модель реактивного двигателя.

«Водные» вопросы

4. **Фонтан Герона.** Объяснить, как работает фонтан Герона, и собрать модель фонтана.
5. **Подводная лодка.** Известно, что некоторые тела тонут в воде, а некоторые всплывают. Попробуйте сделать такое тело, которое бы плавало в воде, не опускаясь на дно и не поднимаясь на поверхность. Как подводной лодке удаётся поддерживать заданную глубину?
6. **Картезианский водолаз.** Разберитесь, почему картезианский водолаз погружается под воду, и попробуйте воспроизвести этот эксперимент.

Природные явления

7. **Цвет неба.** Почему днём небо голубое, а на закате становится красным?

8. **Радуга.** Как и при каких условиях возникает радуга? Попробуйте нарисовать ход лучей света в капле дождя и построить радугу.

9. **Миражи.** Почему и при каких условиях возникают миражи? Разберите несколько типов миражей (верхние, нижние, фата-моргана).

10. **Гало, солнечный столб, световой лес.** Рассмотрите эти явления и разберитесь в их природе.

11. **Облака.** Какие бывают типы облаков, как они образуются, из чего состоят и почему не падают?

12. **Гроза.** Постарайтесь как можно подробнее разобраться в тех процессах, которые происходят при грозе.

13. **Полярное сияние.** Что такое полярное сияние? Почему полярное сияние можно увидеть вблизи полюсов Земли и нельзя увидеть на экваторе?

14. **Огни святого Эльма.** Что такое огни святого Эльма и при каких условиях их можно увидеть?

Экспериментальные задания

15. **Мыльные пузыри.** Почему образуются мыльные пузыри? Почему они переливаются разными цветами? Попробуйте получить мыльные пузыри с помощью рамок различной формы. Например, возьмите рамку в форме каркаса куба.

16. **Самолётик.** Экспериментально исследуйте полет нескольких различных моделей бумажного самолётика. Постарайтесь понять, как влияют на полет самолётика форма и размеры модели.

17. **Маятник.** Исследуйте колебания математического маятника (грузика, подвешенного на тонкой нитке) и найдите зависимость периода колебаний от массы груза, длины нити и угла отклонения.

18. **Музыкальная бутылка.** Попробуйте подуть вдоль горлышка бутылки, при определённом умении удаётся извлечь из бутылки звук. Объясните это явление. Исследуйте, как звук зависит от формы бутылки и уровня воды в ней.

Разные вопросы

19. **Эффект Дональда Дака.** Если вдохнуть гелий из шарика, голос становится более высоким и смешным. Объясните данное явление.

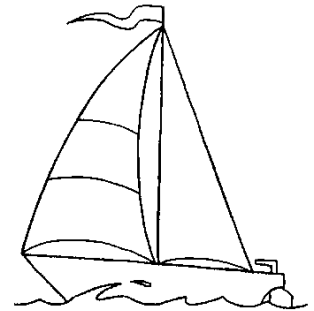
20. **GPS.** Каким образом GPS-приёмник определяет свои координаты? Какое минимальное количество спутников необходимо?

21. **Эхолокация.** Что такое эхолокация, для чего она нужна и где применяется?

Ответы и решения

Занимательные задачи

1. Нужно подбросить мяч вертикально вверх.
2. Во время прилива корабль поднимается вместе с водой, поэтому ни одна ступенька не погрузится под воду.
3. Парусный корабль всегда плывёт медленнее ветра, поэтому флаг на мачте развивается вперёд по направлению ветра, как показано на рисунке.
4. Когда они встретятся, они будут на одинаковом расстоянии от Москвы.



5. У левого чайника верхний край носика расположен ниже, чем у правого. Уровень воды в чайнике не может быть выше верхнего края носика, иначе вода просто вытечет из чайника. Поэтому правый чайник более вместительный.
6. За 7 стирок мыло уменьшилось в 2 раза по длине, ширине и высоте, значит объём мыла стал в $2 \times 2 \times 2 = 8$ раз меньше. Таким образом, за 7 стирок израсходовано $\frac{7}{8}$ от куска мыла, поэтому оставшегося куска, размером $\frac{1}{8}$, хватит ровно на 1 стирку.
7. Стрелка весов сдвинута относительно нуля на 1 килограмм, а кочаны весят 4 и 3 кг соответственно.
8. Горизонтальный тоннель тот, который повторяет форму поверхности Земли, то есть горизонтальным является тоннель на верхнем рисунке. Прямой тоннель, показанный на нижнем рисунке, уходит под землю. В таком тоннеле будет скапливаться вода, поэтому от такого проекта следует отказаться.
9. Зубцы шестерёнок перекачивают воду аналогично тому, как работают гребные колеса на старинных пароходах. По условию шестерёнки плотно прилегают друг к другу, поэтому между шестерёнками вода практически не перекачивается. Зато шестерёнки перекачивают воду сверху и

снизу, в этих местах зубцы движутся справа налево, следовательно такой насос перекачивает воду справа налево.

10. Верхний шарик покатится в горку. Сначала его скорость уменьшится, а затем увеличится до начального значения. Нижний шарик покатится в ямку, его скорость вначале увеличится, а затем уменьшится до первоначальной. В обоих случаях скорость шарика после проезда препятствия не изменится, но в ямке скорость всегда будет больше начальной скорости шарика, а на горке, наоборот, скорость всегда будет меньше начальной. Поэтому из ямки шарик выкатится первым.

11. Если во время качки судно накренится на один борт, то нефть может перелиться в сторону этого борта. Это приведёт к увеличению крена и даже к перевороту танкера. Разделение судна на отдельные отсеки делает его более устойчивым. Есть ещё одна важная причина, по которой все современные корабли разделены на отсеки. В случае если корабль получает пробоину, повреждённый отсек задраивают. Вода заполняет повреждённый отсек, но не проникает в остальные. Поэтому корабль остаётся на плаву.

12. Понятия «право» и «лево» относительны. Каждый человек определяет «право» и «лево» относительно направления вперёд. Если я смотрю в лицо человеку, то правая рука моего собеседника оказывается слева относительно меня. И наоборот, справа от меня находится левая рука моего собеседника. Когда юный физик смотрит в зеркало, отражение смотрит ему в лицо. Отражение правой руки юного физика находится справа относительно юного физика, поэтому для отражения эта рука будет левой.

13. Во-первых, самолёт взлетает благодаря подъёмной силе, которая возникает при обтекании крыла самолёта воздухом, поэтому для взлёта нужно чтобы самолёт достаточно быстро двигался относительно воздуха, а не относительно Земли. Во-вторых, если автомобиль отталкивается колёсами от дороги, то самолёт отталкивается от воздуха с помощью быстро вращающегося винта, поэтому самолёт просто съедет с ленты конвейера.

14. Сможет, хотя поверить в это непросто. Длина окружности радиусом R равна $2\pi R$. Поэтому если длину обруча увеличить на 1 метр, то радиус обруча увеличится на $\frac{1}{2\pi}$ метров ≈ 16 см. Для кошки этого будет более чем достаточно.

Задачи на перевод физических величин

1. Решение после текста задачи.
2. Решение после текста задачи.
3. Чтобы собрать большой куб нужно сложить друг на друга 5 плоскостей по 5×5 кубиков в каждой. Всего потребуется $5^3 = 125$ кубиков.
4. $10 \text{ м/с} = 36 \text{ км/ч}$, следовательно, скорость тореадора больше скорости быка. Тореадору повезло, он сумеет спастись.
5. Скорость спринтера равна 10 м/с . Стайер пробегает 42195 м за 7800 секунд , следовательно, его скорость приблизительно равна $5,4 \text{ м/с}$. Таким образом, спринтер бежит быстрее приблизительно в $1,8$ раза.
6. $3045 \text{ миль} - \text{это } 3045 \cdot 1,609 \text{ км} \approx 4900 \text{ км}$. Если Карлсон все время будет лететь со своей максимальной скоростью 100 км/ч , то перелёт от Нью-Йорка до Лос-Анджелеса займёт у него 49 часов.
7. Решение после текста задачи.
8. $19 \text{ морских миль в час} - \text{это } 19 \cdot 1852 \text{ метра в час}$, или 35188 метров за 3600 секунд . Отсюда очевидно, что скорость «Авроры» меньше 10 м/с , а скорость чемпиона – больше.
9. $1 \text{ род} = 5,5 \text{ ярдов} = 16,5 \text{ футов} = 198 \text{ дюймов} = 503 \text{ см} = 5,03 \text{ м}$.
 $1 \text{ акр} = 4 \text{ руда} = 160 \text{ квадратным родам} = 160 \cdot 5,03 \text{ м} \cdot 5,03 \text{ м} = 4048 \text{ м}^2$.
 Площадь футбольного поля стадиона Уэмбли равна $7245 \text{ м}^2 = 1,79 \text{ акров}$.

«Равномерные» задачи

1. Скорость спутника равна длине орбиты, делённой на время полёта

$$v = \frac{L}{t}$$
 . Время полёта равно $1 \text{ час } 20 \text{ минут}$, или 4800 секунд . Отсюда получаем что $v = \frac{40000 \text{ км}}{4800 \text{ с}} = 8,3 \text{ км/с}$.
2. Решение после текста задачи.
3. Автобус проезжает расстояние между остановками за время $\frac{1 \text{ км}}{30 \text{ км/ч}} = \frac{1}{30} \text{ часа} = 2 \text{ минуты}$, а затем в течение 1 минуты стоит на остановке. Суммарно на каждую остановку автобус тратит 3 минуты , следовательно за час автобус проедет 20 км .

4. Решение после текста задачи.

5. Очевидно, что сумасшедшему учёному нужно 5 раз проехать по 121 км, но после пятой поездки ему не нужно будет ждать 2 часа, поэтому потребуется 8 часов 5 минут $\approx 8,08$ часа. Средняя скорость машины за время поездки равна $605 \text{ км} / 8,08 \text{ ч} = 74,8 \text{ км/ч}$.

6. Решение после текста задачи.

7. Решение после текста задачи.

8. Скорости путешественников одинаковые, но Саша шёл на 3 часа дольше и прошёл на 10 км больше, следовательно скорость путешественников равна $\frac{10 \text{ км}}{3 \text{ ч}} \approx 3,3 \text{ км/ч}$.

9. Решение после текста задачи.

10. Обозначим длину круга на гоночной трассе L . Молния МакКуин должен проехать 4 круга со средней скоростью не меньше v_1 , поэтому полное время заезда не должно превышать $\frac{4L}{v_1}$. Первый круг Молния

МакКуин проехал за время $\frac{L}{v_2}$, значит на оставшиеся 3 круга у него есть

время $\frac{4L}{v_1} - \frac{L}{v_2}$. Соответственно, скорость должна быть

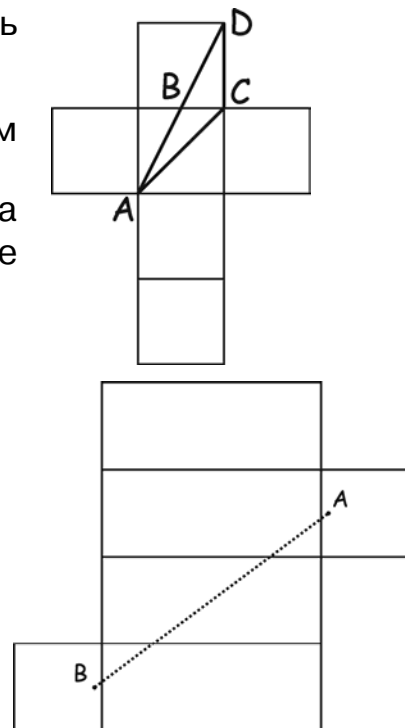
не меньше, чем $\frac{3L}{4L/v_1 - L/v_2} = \frac{3v_1v_2}{4v_2 - v_1}$. Теперь подставим

в формулу числа и получим, что средняя скорость на трёх последних кругах должна быть не меньше 212,5 км/ч.

11. Решение после текста задачи.

12. В этой задаче нужно рассмотреть развёртку куба, тогда становится очевидно, что путь ABD короче, чем ACD.

13. В этой задаче также нужно рассмотреть развёртку прямоугольного параллелепипеда. Но нужно помнить, что развёртку можно сделать несколькими способами. Кратчайший путь даёт



развёртка, показанная на рисунке. По теореме Пифагора можно посчитать, что квадрат длины траектории равен $L^2 = 32^2 + 24^2 = 1600$. Отсюда следует, что длина траектории $L = 40$ футов.

14. Решение после текста задачи.

«Быстрые» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. У этой задачи есть два решения. В первом случае Заяц и Волк за 10 минут прошли 600 метров, следовательно через 20 минут расстояние между ними будет 200 метров. Во втором случае Заяц и Волк за 10 минут прошли 1400 метров, тогда через 20 минут расстояние между ними будет равно 1800 метров.

3. Если Ослик побежит назад, он пробежит $3/8$ длины моста, а если побежит вперёд – он пробежит $5/8$ длины моста. Следовательно, если Ослик побежит вперёд, он пробежит на $1/4$ длины моста больше. За это время автомобиль проедет весь мост. Отсюда скорость Ослика равна $1/4$ скорости автомобиля, то есть 15 км/ч.

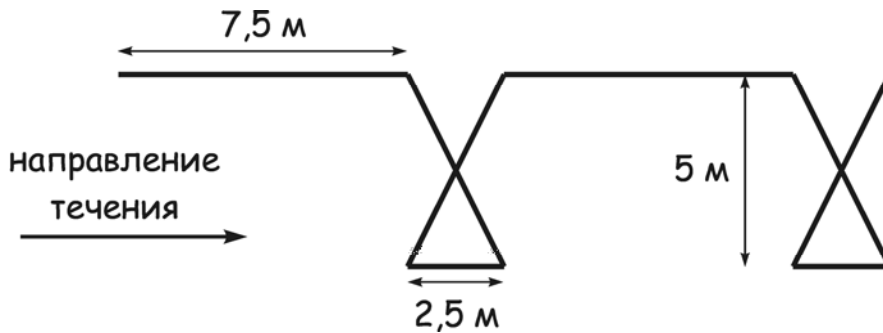
4. Обозначим скорость Карлсона u , а скорость поездов v . Далее нужно рассмотреть два случая. В первом случае Карлсон летает быстрее поезда, тогда

$$\begin{cases} u + v = v_1 \\ u - v = v_2 \end{cases}, \text{ отсюда получаем, что } \begin{cases} u = \frac{v_1 + v_2}{2} = 100 \text{ км/ч} \\ v = \frac{v_1 - v_2}{2} = 60 \text{ км/ч} \end{cases}.$$

Во втором случае скорость Карлсона меньше скорости поезда

$$\begin{cases} v + u = v_1 \\ v - u = v_2 \end{cases}, \text{ отсюда получаем, что } \begin{cases} v = \frac{v_1 + v_2}{2} = 100 \text{ км/ч} \\ u = \frac{v_1 - v_2}{2} = 60 \text{ км/ч} \end{cases}.$$

5. Плот плывёт вместе с водой, поэтому относительно воды траектория будет квадратом со стороной 5 метров. Теперь найдём траекторию Шарика относительно берега. Шарик проплывает 5 метров вдоль каждой стороны плота за 5 секунд. За это время течение сносит плот на 2,5 метра. Поэтому траектория Шарика выглядит следующим образом:



6. Решение после текста задачи.

7. Обозначим скорость байдарки относительно воды v , скорость течения реки u , а расстояние между местом стоянки и живописным местом S . Тогда по течению Гоша проплыл расстояние S со скоростью $v + u$ за 2 часа, обратно Гоша проплыл то же расстояние со скоростью $v - u$ за 4 часа. Отсюда получаем, что $2(v + u) = 4(v - u)$, или $v = 3u$. Следовательно, скорость байдарки по течению равна $v + u = 4u$. Когда Гоша будет плыть со скоростью течения u , он потратит времени в 4 раза больше, чем в первый раз. То есть во второй раз Гоша доплывёт до живописного места за 8 часов.

8. Обозначим L расстояние между домиками Винни-Пуха и Пятачка. Тогда скорость Винни-Пуха равна $\frac{L}{t_1}$, а скорость Пятачка равна $\frac{L}{t_2}$. Друзья идут навстречу, начальное расстояние между ними равно L , а скорость их сближения равна сумме скоростей $\frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2}$. Поэтому Винни-Пух и Пятачок встретятся через время $\frac{L}{L/t_1 + L/t_2}$. Теперь нужно сложить дроби в знаменателе и сократить на L . Тогда получим, что друзья встретятся через время $\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 10$ мин.

9. Решение после текста задачи.

10. Обозначим скорость Влада v , а скорость Димы u . Когда они бегали в одном направлении, их скорость сближения была равна $v - u$, а после того, как Дима стал бегать в другую сторону, скорость сближения стала равна $v + u$. После этого мальчики стали встречаться в n раз чаще, следовательно, скорость сближения увеличилась в n раз $v + u = n(v - u)$. Из это-

го уравнения выражаем скорость Влада через скорость Димы $v = \frac{n+1}{n-1}u$.

Таким образом, Влад бежит в $\frac{n+1}{n-1}$ раз быстрее.

11. Заяц и Волк не спеша прогуливаются по палубе, поэтому будем считать, что их скорость меньше скорости теплохода. Тогда скорость Зайца и Волка относительно теплохода равна $\frac{v_1 - v_2}{2} = 1,4$ м/с. Следовательно,

им потребуется $\frac{4L}{v_1 - v_2} = 100$ секунд, чтобы пройти от носа до кормы и об-

ратно. Скорость теплохода относительно берега равна $\frac{v_1 + v_2}{2} = 10$ м/с,

поэтому за время пока Заяц и Волк прогуливаются по палубе, теплоход пройдёт расстояние $2L \cdot \frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2} = 1$ км.

12. Поезда движутся в одном направлении и с одинаковой скоростью, следовательно, расстояние между поездами L постоянно. Мимо автомобиля поезда проехали с меньшим интервалом, чем мимо неподвижного человека, следовательно, автомобиль едет навстречу поездам. Обозначим скорость автомобиля относительно Земли v , а скорость поездов u . Тогда скорость сближения поездов и автомобиля равна $v + u$. Поезд проезжает расстояние L за время $\frac{L}{u}$, которое по условию задачи равно 10

минут. Мимо автомобиля поезда проезжают через время $\frac{L}{u+v} = 6$ минут.

Отсюда получаем, что $10u = 6(u+v)$, или $4u = 6v$. Известно, что скорость поездов $u = 60$ км/ч, следовательно $v = 40$ км/ч.

13. Обозначим v – скорость моторной лодки, u – скорость течения. Тогда $t_2 = \frac{L}{u}$, $t_1 = \frac{L}{v+u}$. Отсюда легко получить $u = \frac{L}{t_2}$, $v+u = \frac{L}{t_1}$. Очевидно,

что на обратный путь потребуется время $t = \frac{L}{v-u}$. Теперь выразим

$v-u = \frac{L}{t_1} - 2\frac{L}{t_2}$, отсюда время на обратный путь $t = \frac{t_2 t_1}{t_2 - 2t_1}$. Случай $t_2 < 2t_1$

соответствует тому, что скорость катера относительно воды меньше скорости течения, поэтому катер просто не сможет плыть против течения и вернуться не удастся.

14. На шоссе и на грунтовой дороге автомобили из колонны будут проезжать мимо неподвижного ориентира с одинаковым интервалом по времени, который мы обозначим t . На шоссе за время t автомобиль проезжает расстояние, равное vt . С другой стороны, это расстояние равно $L + x$. На грунтовой дороге автомобиль за время t будет проезжать расстояние $\frac{1}{2}vt$, следовательно расстояние между машинами на грунтовой дороге равно $\frac{1}{2}vt - x$. Используем то, что $vt = L + x$ и получим, что расстояние между машинами на грунтовой дороге равно $\frac{1}{2}(L + x) - x = \frac{1}{2}(L - x)$.

15. Обозначим скорость эскалатора u , а скорость Жени v . Если Женя стоит, он спускается со скоростью эскалатора u . Когда Женя бежит по эскалатору, он спускается со скоростью $u + v$. С одной стороны, длину эскалатора можно представить как ut_1 , с другой стороны длина эскалатора равна $(u + v)t_2$. Следовательно, $ut_1 = (u + v)t_2$. Теперь перенесём в левую часть все слагаемые, содержащие скорость эскалатора, и получим $u \cdot (t_1 - t_2) = v \cdot t_2$. Отсюда $v = u \frac{(t_1 - t_2)}{t_2}$.

Женя спустится по остановившемуся эскалатору за время, равное отношению длины эскалатора, которая равна ut_1 , к скорости Жени $v = u \frac{(t_1 - t_2)}{t_2}$. Окончательно получаем, что Женя спустится за время $\frac{t_1 t_2}{(t_1 - t_2)}$.

16. Первый пассажир за время t видит n столбов. Значит расстояние, на которое он сместился за время t , равно nL . Тогда скорость первого пассажира относительно Земли равна $v_1 = \frac{nL}{t}$. Аналогично скорость второго пассажира равна $v_2 = \frac{(n-1)L}{t}$. Разумно предположить, что скорость поезда больше, чем скорость пассажиров относительно поезда. Тогда скорость поезда равна $\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{(2n-1)L}{2t} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{L}{t}$. Соответственно, скорость пассажиров относительно поезда равна $\frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{L}{2t}$.

17. Пусть скорость бабушки равна u , скорость сноубордиста равна v , тогда скорость лыжника равна $2v$. Скорость сближения сноубордиста и бабушки равна $v - u$, а скорость сближения лыжника и бабушки равна $2v - u$. В начале расстояние между сноубордистом и бабушкой в 2 раза меньше, чем между бабушкой и лыжником. Но скорость сближения лыжника и бабушки более чем в 2 раза больше, чем скорость сближения сноубордиста и бабушки. Поэтому лыжник первым догонит бабушку.

18. Пусть начальная скорость велосипедиста равна v , а изменение скорости равно Δv . После того, как велосипедист увеличил скорость, она стала равна $v + \Delta v$. Обозначим расстояние между столбами L . Тогда по условию задачи $L = v \cdot 6\text{с}$, с другой стороны $L = (v + \Delta v) \cdot 4\text{с}$. Отсюда сразу получаем, что $\Delta v = \frac{1}{2}v$. Если велосипедист ещё раз увеличит скорость, она станет равна $2v$ и велосипедист будет проезжать мимо столбов каждые 3 секунды.

19. Обозначим скорость эскалатора u , длину эскалатора L . Тогда время, за которое Дима спускается по работающему эскалатору, равно $\frac{L}{v+u}$. По неработающему эскалатору Дима спускается со скоростью v за время $\frac{L}{v}$. Наконец, по эскалатору, идущему вверх, он спускается за время $\frac{L}{v-u}$. Теперь можно условие задачи переписать в виде:

$$\begin{cases} \frac{L}{v} = \frac{L}{v+u} + 40 \text{ сек} \\ \frac{L}{v-u} = \frac{L}{v+u} + 4 \text{ мин} \end{cases}$$

В каждом равенстве приведём все слагаемые к общему знаменателю и получим:

$$\begin{cases} v+u = v + \frac{(v+u)v}{L} \cdot 40 \text{ сек} \\ v+u = v-u + \frac{(v+u)(v-u)}{L} \cdot 4 \text{ мин} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = \frac{(v+u)v}{L} \cdot 40 \text{ сек} \\ 2u = \frac{(v+u)(v-u)}{L} \cdot 4 \text{ мин} \end{cases}$$

Домножим первое равенство на 2 и сравним правые части двух равенств.

$$2(v+u)v \cdot 40 \text{ сек} = (v+u)(v-u) \cdot 4 \text{ мин}$$

$$2(v+u)v = (v+u)(v-u) \cdot 6$$

$$v = 3(v-u)$$

Из последнего равенства с помощью несложных математических преобразований получаем $3u = 2v$. Отсюда скорость эскалатора равна 2 м/с.

20. Пусть v – скорость катера, w – скорость течения. Скорость катера по течению в n раз больше, значит $v+w = n(v-w)$. Отсюда получаем

$w = \frac{n-1}{n+1}v$. Теперь найдём среднюю скорость катера на всём пути. Для этого обозначим расстояние, пройденное катером в одну сторону, L . Тогда по течению катер двигался в течение времени $t = \frac{L}{w+v}$, против течения катер двигался в n раз дольше. Всего катер прошёл расстояние $2L$ за время $(n+1)t$. Тогда средняя скорость катера

$u = \frac{2L}{(n+1)t} = \frac{2L}{(n+1)L/(v+w)} = \frac{2(v+w)}{(n+1)} = \frac{2\left(v + \frac{n-1}{n+1}v\right)}{(n+1)} = \frac{4n}{(n+1)^2}v$.

Отсюда выражаем скорость катера и скорость течения:

$v = \frac{(n+1)^2}{4n}u$, $w = \frac{(n+1)(n-1)}{4n}u$. По течению катер двигался со скоростью

$v+w = \frac{(n+1)}{2}u = 6 \text{ км/ч}$, а против течения катер двигался со скоростью

$v-w = \frac{(n+1)}{2n}u = 2 \text{ км/ч}$.

21. Пусть время горения первой свечи равно t_1 , а время горения второй свечи равно t_2 . Тогда скорость горения первой свечи равна $\frac{L}{t_1}$, а скорость горения второй свечи равна $\frac{L}{t_2}$. Из геометрических соображений следует, что тень первой свечи на левой стене будет неподвижна, если выполняется условие $\frac{L}{t_1}(d_1+d_2) = \frac{L}{t_2}d_1$. Это условие можно переписать в

виде $t_1 = t_2 \frac{(d_1+d_2)}{d_1}$. Скорость движения тени на правой стене можно вы-

разить как $v = \frac{L}{t_2} \frac{d_3 + d_2}{d_2} - \frac{L}{t_1} \frac{d_3}{d_2}$. Подставим в это выражение t_1 и получим

$$v = \frac{L}{t_2} \frac{d_3 + d_2}{d_2} - \frac{L}{t_2} \frac{d_3}{d_2} \frac{d_1}{d_1 + d_2}.$$

Отсюда следует, что $t_2 = \frac{L}{v} \left(\frac{d_3 + d_2}{d_2} - \frac{d_3}{d_2} \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$. Сложим две дроби

в скобках и получим $t_2 = \frac{L}{v} \frac{(d_3 + d_2)(d_1 + d_2) - d_3 d_1}{d_2(d_1 + d_2)} = \frac{L}{v} \frac{d_1 + d_2 + d_3}{d_1 + d_2}$. Соответ-

венно $t_1 = \frac{L}{v} \frac{d_1 + d_2 + d_3}{d_1}$.

Графические задачи

1. Из графика видно, что ванна наполнялась в течение первых 20 минут, а затем в течение 30 минут вода выливалась на пол. За 20 минут в ванну набралось 200 литров воды, следовательно вместимость ванны 200 литров. Нетрудно посчитать, что из крана вытекает 10 литров воды в минуту. Поэтому за последние 30 минут на пол вылилось 300 литров воды.

2. Пройденный путь равен 12 метров, перемещение Артёма равно 6 метров. Максимальная скорость была равна 4 м/с на первой секунде.

3. На участке от 0 до 2 секунд первое тело прошло 2 метра, следовательно скорость тела на этом участке равна 1 м/с. На участке от 2 до 4 секунды тело стояло на месте, следовательно скорость на этом участке равна нулю. На участке от 4 до 6 секунды тело прошло 3 метра, следовательно скорость тела на последнем участке равна 1,5 м/с. Максимальное расстояние между двумя телами было в самом начале движения и равно 3 метрам.

4. Решение после текста задачи.

5. Решение после текста задачи.

6. Чтобы найти скорость с помощью графика координаты пчелы от времени, нужно построить касательную к графику. Максимальная скорость достигается в точке, в которой наклон касательной максимальный. На графике таких точек 4, они соответствуют $x = 3$ м, величина скорости в этих точках одинакова и равна 1 м/с.

7. Вначале оба автомобиля движутся по шоссе с одинаковой скоростью v_1 , поэтому расстояние между автомобилями не изменяется. Затем в момент времени 10 с первый автомобиль въезжает на мост и второй ав-

томобиль начинает его догонять. Это значит, что скорость автомобилей на мосту меньше, чем на шоссе. В момент времени 30 с расстояние между автомобилями перестаёт уменьшаться, это значит что второй автомобиль тоже въезжает на мост. В этот момент первый автомобиль находится на расстоянии 200 м впереди второго. Значит за 20 секунд первый автомобиль проехал по мосту 200 м, то есть скорость $v_2 = 10$ м/с. второй автомобиль в момент времени 10 с находился на расстоянии 400 м от моста, значит за 20 с второй автомобиль проехал 400 м со скоростью $v_1 = 20$ м/с. Каждый автомобиль движется по мосту в течение 50 секунд (первый – с 0 по 60 секунды, второй с 30 по 80 секунды) со скоростью $v_2 = 10$ м/с. Следовательно, длина моста равна 500 метров.

8. По определению средней скорости пройденный путь равен произведению средней скорости на время движения. Из графика можно определить, что пройденный путь равен 150 метрам в 3-х точках, в моменты времени 30 секунд, 50 секунд и в 100 секунд. Это значит, что Незнайка вначале проехал некоторое расстояние вперёд, затем вернулся назад, а затем снова поехал вперёд.

9. Можно разбить весь путь таракана на небольшие участки, достаточно малые для того, чтобы скорость на каждом участке можно было считать постоянной. Рассмотрим один такой участок, обозначим его длину x , а скорость таракана на этом участке v . Время, за которое таракан проползает расстояние x равно $\frac{x}{v}$. Заметим, что это время можно

представить как площадь под соответствующим участком графика. Поэтому полное время, за которое таракан проползёт вдоль всей стены, равно полной площади под графиком. Можно посчитать, что площадь под графиком приблизительно равна 430 с. Аналогичную идею мы использовали, когда вычисляли пройденный путь как площадь под графиком скорости от времени.

«Плотные» задачи

1. Решение после текста задачи.
2. Масса гири равна 5 кг, а её объём равен $0,2 \text{ м}^3$. Чтобы вычислить плотность гири нужно массу разделить на объём, поэтому плотность гири равна $\frac{5 \text{ кг}}{0,2 \text{ м}^3} = 25 \text{ кг/м}^3$.
3. Решение после текста задачи.

4. Масса воды в бутылке равна $m_1 - m_0 = 500$ г. Отсюда объём бутылки равен $V = \frac{m_1 - m_0}{\rho_{\text{в}}}$. Масса кислоты равна $m_2 - m_0 = 550$ г, соответственно плотность кислоты $\rho = \frac{m_2 - m_0}{V} = \frac{m_2 - m_0}{m_1 - m_0} \rho_{\text{в}} = 1100 \text{ кг/м}^3$.

5. Вначале выразим размер звезды в метрах $L = 20 \text{ км} = 20000 \text{ м}$. Мы приближённо считаем звезду кубом, поэтому объём звезды равен $L^3 = 8 \cdot 10^{12} \text{ м}^3$. Плотность нейтронной звезды равна отношению массы звезды к её объёму $\rho = \frac{M}{L^3} = \frac{3 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{8 \cdot 10^{12} \text{ м}^3} \approx 4 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3$.

6. Объём фигуры равен $V = \frac{M}{\rho_{\text{снега}}}$. Поэтому масса бронзовой фигуры будет равна $V \cdot \rho_{\text{бронзы}} = M \frac{\rho_{\text{бронзы}}}{\rho_{\text{снега}}}$. Если подставить числа получим 9600 кг.

7. Объём свежеснегавшего снега равен половине объёма бака, то есть $0,5 \text{ м}^3$. Когда снег тает, его масса не изменяется. Поэтому масса снега равна массе 75 литров воды, или 75 кг. Отсюда плотность снега равна $\frac{75 \text{ кг}}{0,5 \text{ м}^3} = 150 \text{ кг/м}^3$.

8. Решение после текста задачи.

9. Решение после текста задачи.

10. Решение после текста задачи.

11. Обозначим массу бруска и пластины m . Тогда объём бруска равен $\frac{m}{\rho_{\text{дер}}}$, а объём пластины равен $\frac{m}{\rho_{\text{ж}}}$. Средняя плотность тела равна отношению массы тела к его объёму $\frac{2m}{m/\rho_{\text{дер}} + m/\rho_{\text{ж}}} = \frac{2\rho_{\text{дер}}\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{дер}} + \rho_{\text{ж}}}$.

12. Решение после текста задачи.

13. Мы будем считать, что подводная лодка внутри пустая и, когда мы помещаем внутрь дробинок, объём подводной лодки не изменяется. Плотность воды равна 1 г/см^3 . Чтобы лодка утонула, её плотность должна стать больше плотности воды. Для этого к массе лодки нужно добавить не менее 500 г. Поэтому Серёже потребуется 167 дробинок.

14. Обозначим объём метеорита V . Тогда объём металла в метеорите равен $V\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}V$. Массу метеорита можно представить как сумму масс его частей $\frac{1}{2}V \cdot \rho + \frac{1}{3}V \cdot 2\rho + \frac{1}{6}V \cdot 3\rho = \frac{5}{3}V\rho$. Следовательно, плотность метеорита равна $\frac{5}{3}\rho$.

15. Решение после текста задачи.

16. Решение после текста задачи.

17. Решение после текста задачи.

18. Пусть x – объёмная доля воды в варёной грече, соответственно $1-x$ – объёмная доля самой гречи. Тогда плотность варёной гречи можно выразить как $\rho = x\rho_{\text{в}} + (1-x)\rho_{\text{гр}}$. Подставим числа и получим, что $x = 2/3$. Соответственно греча занимает только $1/3$ объёма. Объём сухой гречи можно вычислить как $\frac{M}{\rho_{\text{гр}}} = 0,77 \text{ дм}^3$. Соответственно объём воды в варёной каше в 2 раза больше, следовательно выкипело $V - 2\frac{M}{\rho_{\text{гр}}} = 1,46 \text{ дм}^3$.

19. Для примера рассмотрим комнату площадью $S = 10 \text{ м}^2$, в которой высота потолка $h = 2,5 \text{ м}$, тогда объём комнаты $V = S \cdot h = 25 \text{ м}^3$. Масса воздуха в комнате равна произведению объёма и плотность воздуха $m = V \cdot \rho = 30 \text{ кг}$.

20. Нужно измерить объём листа бумаги. Длина и ширина листа известны и равны 297 мм и 210 мм соответственно. Главная трудность заключается в измерении толщины листа. Можно предложить измерить толщину пачки из 500 листов, которая равна 50 мм. Отсюда толщина одного листа равна 0,1 мм. Следовательно, объём листа бумаги равен $6,24 \text{ см}^3$, плотность бумаги равна $0,8 \text{ г/см}^3$.

Инерционные задачи

1. Когда грузовик начинает двигаться вперёд, возникает сила, которая толкает солдатика вперёд. Эта сила приложена к ногам солдатика. Ноги солдатика движутся вперёд вместе с грузовиком, а туловище стремится остаться на месте по инерции. В результате солдатик падает назад.

2. Когда поезд начинает движение, чемоданы по инерции стремятся остаться на месте, в результате первый чемодан упрётся в стенку, а второй чемодан упадёт. Когда поезд будет останавливаться, чемоданы будут по инерции продолжать движение. В этом случае первый чемодан упадёт, а второй – упрётся в стенку купе.

3. Решение после текста задачи.

4. Решение после текста задачи.

5. Обычно человек поскользывается когда опорная нога выставлена вперёд – нога не может зацепиться за поверхность и выскользывает вперёд, а человек падает на спину. Человек спотыкается, когда нога задевает препятствие и останавливается. При этом туловище продолжает по инерции двигаться вперёд, поэтому человек падает лицом вниз.

6. В первом случае при ударе о колоду полено останавливается, а топор продолжает двигаться вниз по инерции. Топор проходит вглубь полена и раскалывает его. Во втором случае топор ударяется о колоду и останавливается, а полено по инерции налетает на топор и раскалывается. Очевидно, что первый способ лучше использовать, если топор тяжелее, чем полено. Второй способ эффективнее, если полено тяжелее топора.

7. Если резко затормозить переднее колесо велосипеда, то велосипедист продолжит двигаться вперёд по инерции и может перелететь через руль.

8. Решение после текста задачи.

9. В первом случае мы резко встряхиваем ковёр. Пыль по инерции остаётся на месте и вылетает из ковра. Во втором случае мы ударяем палкой по ковру, от этого ковёр резко начинает двигаться. Часть пыли по инерции остаётся на месте и вылетает из ковра. Другая часть пыли начинает двигаться вместе с ковром и вылетает из него, когда ковёр останавливается.

10. Когда Егор резко понимает коромысло, оно должно не просто выдерживать вес воды, но и преодолевать инерцию вёдер. Для этого необходима большая сила.

11. Когда человек бежит по льду, он отталкивается ото льда в течение небольшого времени. Поэтому лёд не успевает достаточно сильно прогнуться для того, чтобы сломаться.

12. Тонкая фанера пружинит и поглощает энергию удара. Если сзади подставить тяжёлый молоток, то во время удара инерция молотка будет мешать фанере пружинить. Поэтому гвоздь будет легко входить в фанеру.

13. Мы знаем, что когда поезд резко тормозит, пассажиры по инерции продолжают двигаться и падают вперёд. Но шарик будет двигаться в точности наоборот. Воздушный шарик летает потому, что он легче воздуха. Во время торможения вагона воздух будет по инерции двигаться вперёд и оттеснит лёгкий шарик назад.

«Относительные» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. Решение после текста задачи.

3. Решение после текста задачи.

4. Будем решать задачу в системе отсчёта, связанной с эскалатором. Тогда человек идёт с одной стороны, а с другой стороны эскалатора ступеньки уезжают под землю. Очевидно, что чем быстрее человек идёт, тем меньше ступенек успеет уехать. Следовательно, более быстрый насчитает больше ступенек.

5. Решение после текста задачи.

6. В этой задаче сложность возникает из-за того, что стол вращается. Поэтому удобно перейти в систему отсчёта, связанную со столом. В такой системе отсчёта скорость Маргариты равна $W - v$ и направлена против часовой стрелки, соответственно скорость Вовы равна $W - u$. Тогда за время t Маргарита проходит расстояние $(W - v)t$ и раскладывает n конфет. Следовательно, расстояние между двумя конфетами равно $\frac{(W - v)t}{n}$. За то же время Вова проходит мимо стола расстояние $(W - u)t$,

следовательно Вова съедает $\frac{W - u}{W - v}n$ конфет за минуту.

7. Эту задачу удобно решать в системе отсчёта, связанной с мальчиком. Тогда мальчик стоит, а фонарь движется со скоростью v . Фонарь висит на высоте, равной удвоенному росту мальчика. Из геометрических соображений очевидно, что тень от головы мальчика тоже перемещается со скоростью v , но направленной в обратную сторону. Теперь вернёмся в систему отсчёта Земли, в ней фонарь стоит на месте, а тень перемещается со скоростью $2v = 4$ м/с.

8. Решение этой задачи будет максимально просто выглядеть в системе отсчёта реки. В такой системе отсчёта чемпион и Егорка в обе стороны плывут с одинаковой скоростью. Поэтому очевидно, что в системе отсчёта реки пловцы после разворота встретятся в точке старта. Но в та-

кой системе отсчёта мост будет двигаться в сторону, противоположную направлению течения. Поэтому точка, в которой Егорка и чемпион встретятся, окажется за мостом. Следовательно, более медленный Егорка первым доплывёт до моста.

9. Решение после текста задачи.

Сильные задачи

1. Решение после текста задачи.

2. К репке приложена только сила дедки, значит, все герои сказки вместе вытягивают репку с силой 100 Н. Тогда каким образом силы бабки и остальных героев сказки помогают вытягивать репку? Дедке не достаточно иметь сильные руки, чтобы приложить силу к репке, нужно от чего-то отталкиваться. Дедка тянет за репку с силой 100 Н, соответственно он должен отталкиваться от земли с такой же по величине силой. Но если бабка тянет за деду с силой 50 Н, то дедке нужно отталкиваться от земли с меньшей силой, равной $100 \text{ Н} - 50 \text{ Н} = 50 \text{ Н}$.

3. Решение после текста задачи.

4. Вначале переведём 100 км/ч в единицы системы СИ.

$$\frac{100 \text{ км}}{1 \text{ час}} = \frac{100000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = 28 \text{ м/с}$$
 . Сила, которая действует на машину во время

разгона, равна $F = \frac{m \Delta v}{t}$. Теперь подставим числовые значения и получим

$$F = \frac{550 \text{ кг} \cdot 28 \text{ м/с}}{2 \text{ с}} = 7700 \text{ Н} .$$

5. Решение после текста задачи.

6. Для того чтобы выпрыгнуть на берег, человек отталкивается от лодки. При этом по третьему закону Ньютона возникают две силы. Одна сила действует на человека и направлена вперёд. Такая же по величине сила действует на лодку и направлена назад. Поэтому, когда человек выпрыгивает из лодки на берег, лодка отплывает назад. Чем больше масса лодки, тем меньше лодка отплывает и тем проще от неё отталкиваться. Поэтому из тяжёлой лодки выпрыгивать проще.

7. Решение после текста задачи.

8. Когда парашютист спускается с постоянной скоростью, действующая на него сила сопротивления воздуха равна силе тяжести. Сила тяжести парашютиста $mg = 60 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 600 \text{ Н}$. Сила сопротивления

воздуха равна $24 \text{ кг/м} \cdot v^2$, где v – скорость парашютиста. Приравняем силу сопротивления воздуха и силу тяжести. Получим, что $v^2 = 25 \text{ м}^2/\text{с}^2$. Отсюда скорость парашютиста равна 5 м/с .

9. Решение после текста задачи.

10. После того, как пошёл снег, двигателю нужно не только преодолеть силу сопротивления движению, но и разгонять налипающие снежинки до скорости автомобиля. За время t нужно разгонять снежинки общей массой Nm до скорости v . Для этого необходима сила, равная $F = \frac{Nm v}{t}$, на столько и нужно увеличить силу тяги двигателя.

11. Изменение скорости кораблика за небольшой промежуток времени Δt можно выразить в виде $\Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{-kv \cdot \Delta t}{m}$. Здесь мы подразумеваем, что в течение небольшого промежутка времени скорость можно считать постоянной. Заметим, что $v \cdot \Delta t$ – это путь, который кораблик прошёл за время Δt . Поэтому изменение скорости кораблика связано с пройденным путём ΔS следующим выражением: $\Delta v = \frac{-k}{m} \Delta S$. Отсюда сразу получаем, что до момента остановки кораблик проплывёт расстояние $S = \frac{m}{k} v_0$.

«Тяжёлые» задачи

1. Сила тяжести покойника $mg = 1200 \text{ Н}$, больше чем величина нечислотой силы. Следовательно, нечислотая сила не сможет его поднять.

2. Решение после текста задачи.

3. На Винни-Пуха действуют три силы. Его собственная сила тяжести, которая равна $Mg = 600 \text{ Н}$ и направлена вниз, сила со стороны горшочка, которая равна $mg = 100 \text{ Н}$ и направлена вниз, а так же сила реакции опоры, которая равна 700 Н и направлена вверх.

4. Парашютист спускается с постоянной скоростью, значит, сила тяжести парашютиста уравнивается силой сопротивления воздуха. Поэтому сила сопротивления воздуха равна 750 Н и направлена вверх.

5. Решение после текста задачи.

6. Объём капли пропорционален размеру в третьей степени. Поэтому силы тяжести двух капель отличаются в 4^3 раз. По условию задачи капли падают с установившейся скоростью, следовательно действующая на

них сила сопротивления воздуха численно равна силе тяжести. Сила сопротивления пропорциональна площади сечения капли и квадрату скорости. Площадь сечения капель отличается в 4^2 раз. Поэтому квадрат скорости тяжёлой капли должен быть в 4 раза больше, чем лёгкой. Следовательно, скорость капель отличается в 2 раза.

7. Сила, с которой тело массой m притягивается к Земле, равна $G \frac{mM}{R^2}$. С другой стороны эта сила равна силе тяжести mg . Приравняем

две формулы и выражаем массу Земли $M = \frac{gR^2}{G}$. Если подставить числа, получим $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг.

8. Рычажные весы находятся в равновесии, когда вес грузов на чашках одинаковый. Вес учебника по физике, так же как и вес грузов, равен произведению массы на ускорение свободного падения. Если весы находятся в равновесии, значит, масса грузов на чашках одинаковая, поэтому на экваторе ускорение свободного падения меньше, чем на полюсе, поэтому на экваторе вес учебника меньше. Но масса учебника на экваторе и на полюсе будет одинаковой. Поэтому на экваторе учебник будет уравновешивать грузы массой 200 г.

9. На Луне уменьшается вес, но масса не изменяется. Пробка вылетает из ружья потому, что на неё действует сила со стороны пороховых газов. Эта сила не зависит от веса пробки. По 2-му закону Ньютона, изменение скорости пробки под действием силы зависит от массы пробки, но не от её веса. Поэтому на Луне пробка будет вылетать со скоростью 5 м/с.

10. По такой верёвке невозможно будет спуститься на Землю из-за силы притяжения Луны. Это то же самое, что привязать верёвку к Земле и по ней спуститься на Луну.

11. Решение после текста задачи.

12. Вес космонавта – это сила, с которой космонавт действует на ракету. По 3-му закону Ньютона на космонавта со стороны ракеты действует такая же по величине сила. Когда ракета покоится, вес космонавта численно равен его силе тяжести. Во время старта ракеты вес космонавта увеличивается в 2 раза. Следовательно, ракета действует на космонавта с силой, которая численно в 2 раза больше его силы тяжести. Кроме того, на космонавта действует сила тяжести, поэтому суммарная сила, действующая на космонавта, по величине равна силе тяжести и направлена вверх. Следовательно, за секунду полёта космонавт вместе с ракетой на-

бирает скорость $v = \frac{mg \cdot t}{m} = gt = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 1 \text{ с} = 10 \text{ м/с}$.

13. Решение после текста задачи.
14. Решение после текста задачи.

«Жёсткие» задачи

1. Нижний безмен показывает вес Кролика, а верхний – вес Кролика и ещё двух безменов. Поэтому вес Кролика равен 500 Н, соответственно масса Кролика равна 50 кг. Вес одного безмена равен 25 Н. Средний безмен показывает вес Кролика и одного безмена, то есть 525 Н.

2. Решение после текста задачи.

3. Невозможно натянуть верёвку за один конец, если второй конец верёвки не закреплён. Аналогично динамометр нужно тянуть одновременно в обе стороны. Динамометр покажет силу, с которой его тянут за каждый из концов, то есть 10 Н.

4. Решение после текста задачи.

5. Чтобы достать мяч из угла ворот, вратарю нужно подойти к дереву. При этом одна резинка будет провисать, а длина второй резинки будет 10 метров, то есть растяжение второй резинки будет 7 метров. Следовательно, вратарю нужно будет приложить силу, равную 700 Н.

6. Невозможно натянуть верёвку за один конец, значит Винни-Пух тоже натягивает верёвку. Поэтому сила натяжения верёвки в обоих случаях будет одинаковой. Лодку двигает вперёд только сила натяжения верёвки, значит обе лодки будут двигаться с одинаковой скоростью и причалят одновременно. Но важно понимать, что Пятачку придётся в два раза быстрее выбрать верёвку, поэтому он устанет сильнее, чем Сова и Кролик.

7. Решение после текста задачи.

8. Суммарная длина пружин равна $2L = 80$ см. Когда никакие силы не действуют, точка В находится на расстоянии $H - 2L = 120$ см от пола. Когда спортсмен тянет за точку А, растягивается только верхняя пружина. Под действием силы F_1 пружина растягивается на $H - 2L$, следовательно жёсткость первой пружины равна $k_1 = \frac{F_1}{H - 2L} = 300 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Когда спортсмен тянет за точку В, растягиваются обе пружины. Первая пружина растягивается на $\frac{k_1}{F_2} = 0.8$ м. Следовательно, вторая пружина растягивается на

$H - 2L - \frac{k_1}{F_2} = 0.4 \text{ м}.$ Отсюда жёсткость второй пружины

$$k_2 = \frac{F_2}{H - 2L - \frac{k_1}{F_2}} = 600 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

9. Можно мысленно разбить резинку на N кусочков, тогда жёсткость каждого кусочка будет равна Nk . Если кусочки будут достаточно маленькие, можно считать, что каждый кусочек резинки растягивает только вес кусочков, расположенных ниже. Верхний кусочек растягивают $(N-1)$ кусочков, вес которых равен $\frac{N-1}{N}mg$, поэтому растяжение верхнего кусочка равно $\frac{N-1}{N} \frac{mg}{Nk}$. Растяжение второго сверху кусочка равно $\frac{N-2}{N} \frac{mg}{Nk}$, и т. д. Растяжение всей резинки равно сумме растяжений кусочков, то есть $((N-1) + (N-2) + \dots + 2 + 1) \frac{mg}{N^2k}$. Сумма в скобках равна $\frac{N(N-1)}{2}$, что при большом N приблизительно равно $\frac{N^2}{2}$. Поэтому растяжение резинки, подвешенной за один конец, равно $\frac{mg}{2k}$.

Задачи с трением

1. На ровной снежной поверхности на санки действует сила трения $F_{\text{тр}} = \mu Mg$, направленная противоположно скорости Жени. Под действием силы трения скорость Жени будет постепенно снижаться, вплоть до полной остановки. Согласно второму закону Ньютона для остановки потребуется время, равное $\frac{M \cdot v}{F_{\text{тр}}} = \frac{M \cdot v}{\mu Mg} = \frac{v}{\mu g}$. Если подставить числа, получим, что Женя остановится через 10 секунд.

2. Лёша толкает диван с силой 150 Н. Максимальная сила трения, действующая на диван, равна $F_{\text{тр макс}} = \mu Mg = 0.7 \cdot 30 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 210 \text{ Н}$. Это значит, что сдвинуть диван не удастся. Действующая на диван сила трения будет равна 150 Н и будет уравнивать силу Лёши.

3. Если сыр неподвижен, то действующая на него сила упругости со стороны пружины компенсируется силой трения. Когда сыр находится на максимальном расстоянии от края стола, сила трения равна μMg , соот-

ветственно пружина растянута на $\frac{\mu Mg}{k}$. Длина пружины равна $L + \frac{\mu Mg}{k}$, это и будет максимальное расстояние от края стола.

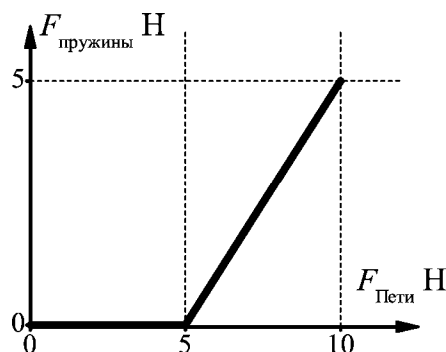
4. Решение после текста задачи.

5. Решение после текста задачи.

6. В перетягивании каната важно не просто сильно тянуть канат руками, нужно ещё отталкиваться ногами от Земли. Ваня тяжелее, его максимальная сила трения равна 100 Н, максимальная сила трения Егора равна 80 Н, поэтому даже если Егор будет тянуть канат с большей силой, он не сможет устоять и проигрывает.

7. Решение после текста задачи.

8. Максимальная сила трения покоя между каждым бруском и столом равна $F_{\text{макс}} = \mu Mg = 5 \text{ Н}$. Если Петя тянет за брусок с меньшей силой, то первый брусок не будет двигаться, соответственно пружина не будет растянута. Когда сила Пети станет больше 5 Н, брусок начнёт двигаться и пружина начнёт растягиваться. При этом на первый брусок будет действовать сила трения, равная 5 Н. Сила натяжения пружины будет компенсировать разницу между силой Пети и силой трения. Когда сила Пети станет больше 10 Н, второй брусок тоже начнёт двигаться. График зависимости силы натяжения пружины от силы, с которой Петя тянет за брусок, показан на рисунке.



9. На Луне сила тяжести приблизительно в 6 раз меньше, чем на Земле, поэтому ноги астронавта в 6 раз слабее прижимаются к поверхности. Сила трения между ботинками и поверхностью на Луне будет значительно меньше, чем на Земле. Поэтому на Луне астронавт чувствует себя как на льду.

10. Железнодорожный состав движется благодаря силе трения, которая действует на электровоз. Вагоны не имеют двигателей и не могут разгоняться самостоятельно. Поэтому если уменьшить массу электровоза, то уменьшится и максимальная сила, с которой электровоз может тянуть состав.

«Импульсивные» задачи

1. Пусть масса ядра равна m , тогда масса барона Мюнхгаузена равна $5m$. Импульс ядра вместе с бароном равен $6mv$. Когда Мюнхгаузен соскочил с ядра, суммарный импульс ядра и барона не изменился. Поэтому из закона сохранения импульса следует, что скорость ядра будет равна $6v$.

2. Решение после текста задачи.

3. Можно бросить любой инструмент в направлении от корабля, тогда космонавт приобретёт скорость в направлении корабля. Также можно подождать, пока космонавт притянется к кораблю силами гравитации.

4. Решение после текста задачи.

5. Парусный корабль всегда плывёт медленнее ветра, поэтому парус тормозит ветер, а ветер толкает парус вперёд. В мультфильме Волк вначале выдувает воздух вперёд, затем воздух останавливается о парус. Когда Волк выдувает воздух вперёд, возникает сила, которая толкает его назад. Эта сила будет компенсировать силу, с которой воздух толкает парус вперёд, в результате яхта никуда не сдвинется. Для того чтобы двигаться вперёд, Волку следовало бы дуть назад, аналогично тому, как ракеты движутся вперёд за счёт того, что с большой скоростью выбрасывают назад газ.

6. Решение после текста задачи.

7. Масса яхты намного больше массы шампанского, поэтому скорость яхты будет намного меньше v . Это позволяет считать, что шампанское вылетает из бутылки со скоростью v относительно земли. Тогда из закона сохранения импульса скорость яхты будет равна $\frac{Nm}{M}v$.

8. Обозначим количество выстрелов из пулемёта в секунду n . «Сила тяги» пулемёта численно равна импульсу, который пули передают Бонду за секунду. Чтобы он мог зависнуть в воздухе, «сила тяги» пулемёта должна быть равна силе тяжести Джеймса Бонда $nmv = Mg$. Отсюда

$$n = \frac{Mg}{mv} \approx 120 \text{ выстрелов в секунду.}$$

9. Вначале переведём скорость самолёта в единицы системы СИ, $900 \text{ км/ч} = 250 \text{ м/с}$. Каждую секунду двигатель разгоняет 160 кг воздуха от скорости 250 м/с до скорости 500 м/с . Кроме того, двигатель разгоняет 4 кг горючего до скорости 500 м/с .

Изменение импульса воздуха равно $160 \text{ кг} \cdot 250 \text{ м/с}$. Изменение импульса топлива равно $4 \text{ кг} \cdot 500 \text{ м/с}$. Суммарное изменение импульса газов за секунду равно $42000 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Как было замечено в задаче 6, сила тяги двигателя численно равна импульсу, который двигатель передаёт газам за 1 секунду. Поэтому сила тяги двигателя равна 42 кН .

«Размерные» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. Решение после текста задачи.

3. Очевидно, что высота, на которую поднимется мяч, будет зависеть от начальной скорости и ускорения свободного падения, но не будет зависеть от массы мяча. Единственная комбинация скорости и ускорения свободного падения с размерностью длины – это $\frac{v^2}{g}$. Правильный ответ

отличается в 2 раза, $L = \frac{v^2}{2g}$.

4. Из общих соображений понятно, что сила, действующая на тело со стороны воды должна зависеть от каких-то характеристик тела и характеристик воды. Также выталкивающая сила будет зависеть от ускорения свободного падения g , потому что выталкивающая сила создаётся силой тяжести воды. Единственная характеристика воды как вещества – это плотность воды, которую мы обозначим как ρ_B . Характеристики тела – это его масса M , объём V и плотность ρ . Но из трёх характеристик тела только две независимые, потому что массу можно представить как произведение объёма и плотности $M = \rho V$. Очевидно, что вода «чувствует» объём тела, но ничего не знает о его плотности, и соответственно о массе. Поэтому выталкивающая сила будет зависеть от объёма тела и не будет зависеть от его плотности и массы.

Размерность силы – это масса, умноженная на длину и поделённая на квадрат времени $[F] = \frac{ML}{T^2}$. Размерность объёма $[V] = L^3$, размерность

ускорения свободного падения $[g] = \frac{L}{T^2}$, размерность плотности воды

$[\rho_B] = \frac{M}{L^3}$. Масса есть в размерности только у плотности, поэтому сила должна быть пропорциональна плотности воды. Время есть в размерности только у ускорения свободного падения, у силы и у ускорения свобод-

ного падения квадрат времени стоит в знаменателе, поэтому сила должна быть прямопропорциональна ускорению свободного падения. Произведение плотности и ускорения свободного падения имеет размерность

$[g\rho_B] = \frac{M}{T^2L^2}$. Чтобы получить размерность силы, нужно умножить на величину с размерностью длины в кубе, то есть на объём.

Окончательно получаем, что в воде на тело действует сила, которая равна $F = \rho_B g V$. Эта сила называется силой Архимеда и всегда направлена вверх.

5. Решение после текста задачи.

6. Решение после текста задачи.

7. Период колебаний может зависеть от массы груза m и длины нити l , а так же от ускорения свободного падения g . В ответе мы должны получить величину с размерностью времени. Заметим, что время есть в размерности только у ускорения свободного падения $[g] = \frac{L}{T^2}$. Чтобы получить квадрат времени, нужно длину нити разделить на g . Тогда мы получим,

$\left[\frac{l}{g}\right] = T^2$. Это единственный способ получить величину с

размерностью времени. Поэтому можно утверждать, что период колебаний не зависит от массы груза! Точное значение квадрата периода колебаний маятника отличается только числовым коэффициентом и равно

$$4\pi^2 \frac{l}{g}.$$

«Подавляющие» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. Сила тяжести марсохода (на Марсе) равна $Mg = 380$ Н. Следовательно, площадь гусениц должна быть не меньше $\frac{Mg}{\rho} = 0,95$ м².

3. Решение после текста задачи.

4. Мы будем приближенно считать таракана прямоугольным. Нетрудно посчитать, что площадь прямоугольного таракана равна 0,5 см², или 0,00005 м². Поэтому таракана можно раздавить силой, большей, чем $500 \text{ Па} \cdot 0,00005 \text{ м}^2 = 0,025$ Н.

5. Обозначим площадь кувшина S . Пусть в кувшин налита вода до уровня h , тогда масса воды равна ρSh . Сила тяжести воды в кувшине равна ρgSh , а давление воды на дно кувшина равно $\frac{\rho gSh}{S} = \rho gh$. Таким образом, чтобы давление воды было равно P , нужно налить воду до уровня $h = \frac{P}{\rho g}$. Если подставить числа, получим, что нужно налить воду до уровня 1 метр.

6. Решение после текста задачи.

7. Для оценки можно считать, что карандаш прижимается к бумаге с силой 1 Н. Ширина следа от карандаша на бумаге в среднем составляет около 0,5 мм, следовательно площадь кончика карандаша равна $0,5 \text{ мм} \times 0,5 \text{ мм} = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$. Отсюда давление карандаша на бумагу равно $4 \cdot 10^6$ Па.

8. Решение после текста задачи.

9. Решение после текста задачи.

10. Решение после текста задачи.

«Воздушные» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. Изнутри на оболочку стратостата действует давление газа в оболочке, а снаружи действует давление окружающего воздуха. С увеличением высоты атмосферное давление снижается, поэтому внутреннее давление растягивает стратостат. Следовательно, чем больше высота, тем сильнее растянута оболочка. Поэтому правая картинка соответствует большей высоте над Землёй.

3. На морозе температура воздуха внутри бутылки уменьшается. Вместе с температурой уменьшается скорость движения молекул воздуха и давление на стенки. Но атмосферное давление от температуры окружающего воздуха не зависит, поэтому внешнее давление сжимает бутылку.

4. Решение после текста задачи.

5. Давление воздуха создаётся его силой тяжести. Количество воздуха летом и зимой не изменяется, поэтому не изменяется и величина

атмосферного давления. Но зимой скорость движения молекул в воздухе уменьшается, а плотность воздуха увеличивается.

«Жидкие» задачи

1. Решение после текста задачи.
2. Вначале найдём высоту столба воды в сосуде:

$$H = \frac{V}{S} = \frac{1000 \text{ см}^3}{20 \text{ см}^2} = 50 \text{ см} . \text{ Очевидно, что давление на высоте } h \text{ будет рав-}$$

но $p = \rho g(H - h) = 4000 \text{ Па} .$

3. Решение после текста задачи.

4. Разница давления воды на десятом и седьмом этажах равна 100 кПа. Эта разница создаётся гидростатическим давлением столба воды, высота которого равна расстоянию между десятым и седьмым этажами: $p = \rho gH = 100 \text{ кПа} ,$ отсюда $H = 10 \text{ м} .$ Расстояние между этажами равно

$\frac{1}{3}H = 3\frac{1}{3} \text{ м} ,$ поэтому расстояние от седьмого до первого этажа равно 20 метров, а давление воды на первом этаже равно 500 кПа.

5. Непосредственно над точкой А нет воды, но давление воды в точке А не равно нулю. В этом легко убедиться. Если проделать отверстие в точке А, из него польётся вода. Давление воды равно нулю на границе воды с воздухом, точка А находится на 10 см ниже этой границы, следовательно давление воды в точке А равно 1000 Па, а давление воды в точке В равно 2000 Па.

6. Решение после текста задачи.

7. Решение после текста задачи.

8. Уровень воды в ведре повысится, следовательно давление на дно увеличится, даже если рука не касается дна.

9. Давление воды на уровне нижней границы стакана равно $p_B = \rho_B gH .$ Давление в точке А меньше на давление столба масла $p_M = \rho_M gh .$

Следовательно, давление в точке А равно $\rho_B gH - \rho_M gh = 2100 \text{ Па} .$

«Сообщающиеся» задачи

1. Решение после текста задачи.
2. Известно, что уровень ртути не изменился, значит, давление масла равно давлению неизвестной жидкости. Следовательно, высота столба неизвестной жидкости равна $\frac{\rho_M h}{\rho} = 7.5 \text{ см}$.
3. Избыточное давление воды в правом колене не может быть больше давления крышки, которое равно $p = \frac{Mg}{S}$. Следовательно, уровень воды в правом колене не может быть выше уровня воды в левом колене на $\frac{p}{\rho g} = \frac{M}{S\rho}$. Нетрудно вычислить, что масса этого столба воды равна M .
4. Решение после текста задачи.
5. Решение после текста задачи.
6. Давление в этих точках зависит от разности высоты точки и высоты уровня воды в открытом колене трубки. Поэтому давление увеличится на 1000 Па, то есть на давление столба воды высотой 10 см.
7. Решение после текста задачи.
8. Для того чтобы жидкость выливалась из трубки, в трубку должен поступать воздух. Поэтому если открыть только один конец трубки, то жидкость не будет выливаться (мы считаем, что трубка тонкая, поэтому пузырьки воздуха не будут попадать в трубку). Если открыть оба конца трубки, то жидкость будет выливаться из длинного конца, а через короткий конец будет поступать воздух.
9. Решение после текста задачи.

«Архимедовы» задачи

1. На Луне нет атмосферы, поэтому на Луне на шарики не будет действовать сила Архимеда со стороны воздуха, и шарики будут падать вниз под действием силы притяжения Луны.
2. Под водой на плиту будет действовать сила Архимеда, направленная вверх. Объём плиты можно вычислить как $V = \frac{M}{\rho_{\text{гр}}} = 0.04 \text{ м}^3$. Значит, на плиту действует сила Архимеда, равная $F_A = \rho_B g V = 400 \text{ Н}$. Следовательно,

аквалангист Серёжа должен приложить к плите силу $Mg - F_A$, равную 600 Н.

3. Решение после текста задачи.

4. Решение после текста задачи.

5. $2/3$ объёма плота вытесняют воду массой M , следовательно, если плот будет полностью погружён в воду, он будет вытеснять воду массой $3/2M$. То есть человек массой не больше, чем $1/2M$, может плавать на плоту, не замочив ноги.

6. Решение после текста задачи.

7. Плот плавает потому, что действующая на него сила Архимеда уравновешивает силу тяжести плота и груза. Сила Архимеда создаётся силой тяжести воды, поэтому максимальная сила Архимеда, действующая на плот на Марсе, также уменьшится в 2,5 раза. Следовательно на Марсе плот может выдержать груз массой M .

8. Решение после текста задачи.

9. На экваторе уменьшается вес корабля, но пропорционально уменьшается и удельный вес воды. Поэтому уровень воды относительно бортов корабля будет одинаковым на экваторе и на полюсе.

10. Решение после текста задачи.

11. Когда лёд всплывёт, уровень воды в стакане понизится, потому что лёд будет плавать на поверхности и будет погружен в воду только частично.

12. Плавающая в озере лодка вытесняет объём воды, вес которого равен весу лодки вместе с камнем. Плотность камня больше плотности воды, поэтому если камень выбросить в озеро, он будет вытеснять объём воды, вес которого меньше веса камня. Значит, уровень воды в озере понизится.

13. Из решения задач 10 и 12 очевидно, что деревянная палка никак не повлияет на уровень воды в сосуде, а стальная гайка утонет и будет вытеснять меньше воды, следовательно уровень воды понизится.

14. В воде невесомыми становятся только тела, плотность которых в точности равна плотности воды. Например, железные инструменты в воде теряют только часть веса.

15. Решение после текста задачи.

16. Решение после текста задачи.

17. Обозначим плотность марсианского грунта ρ , а объём кусочка грунта V . Тогда в воздухе вес кусочка грунта равен $F_1 = \rho g V$, а в воде вес этого кусочка равен $F_2 = (\rho - \rho_B) g V$. Отсюда можно сразу вычислить объём кусочка $V = \frac{F_1 - F_2}{\rho_B g}$. Следовательно, плотность кусочка марсианского грунта равна $\rho = \frac{F_1}{gV} = \frac{F_1}{F_1 - F_2} \rho_B$.

18. Вес тела в воде отличается от веса в воздухе на величину силы Архимеда. Это позволяет определить объём тела. Если на поверхности тела будут пузырьки, то при измерении получится больший объём, а значит, измеренное значение плотности тела будет меньше истинного значения.

19. Решение после текста задачи.

20. Обозначим плотность верхнего шара ρ , тогда плотность нижнего шара равна 3ρ . Сумма сил тяжести двух шаров равна $4\rho V g$ и равна действующей на шары силе Архимеда $\frac{3}{2} V \rho_B g$. Следовательно, плотность верхнего шара равна $\rho = \frac{3}{8} \rho_B$. Сила натяжения нити T равна разности между действующими на шар силой Архимеда и силой тяжести $T = \frac{1}{2} V \rho_B g - \frac{3}{8} V \rho_B g = \frac{1}{8} V \rho_B g$.

21. Решение после текста задачи.

22. Плотность куба равна $1/4$ плотности ртути, то есть $3,4 \text{ г/см}^3$. Пусть в воду будет погружена часть куба, равная x , тогда оставшаяся часть $1-x$ погружена в ртуть. В этом случае на кубик действует сила Архимеда со стороны воды $(1-x) V \rho_B g$ и сила Архимеда со стороны ртути $x V \rho_{рт} g$. В сумме они равны силе тяжести кубика $(1-x) V \rho_B g + x V \rho_{рт} g = \frac{1}{4} V \rho_{рт} g$. Отсюда получаем $x(\rho_{рт} - \rho_B) = \frac{1}{4} \rho_{рт} - \rho_B$, или $x = \frac{0.25 \rho_{рт} - \rho_B}{\rho_{рт} - \rho_B} = 0.19$.

23. Вначале рассмотрим возможное решение с рычажными весами. Во-первых, необходимо измерить массу тела. Обозначим массу грузов, уравнивающих тело в воздухе m_1 . Затем ниточкой привяжем тело к одной чашке весов и погрузим тело в воду так, чтобы оно не касалось дна стакана. Обозначим массу грузов, уравнивающих тело m_2 .

Вес тела в воздухе больше веса тела в воде на величину силы Архимеда. Следовательно, сила Архимеда равна $m_1g - m_2g$. Отсюда объём тела $V = \frac{m_1g - m_2g}{\rho_B g} = \frac{m_1 - m_2}{\rho_B}$. Плотность тела равна $\frac{m_1}{V} = \frac{m_1}{m_1 - m_2} \rho_B$.

Можно провести измерение с помощью электронных весов. В этом случае нужно поставить на весы стакан с водой и измерить его массу. Затем опустить в стакан подвешенное на ниточке тело, не касаясь дна. Уровень воды в стакане повысится, и вес стакана с водой увеличится на величину силы Архимеда. Следовательно, величину силы Архимеда можно определить как разницу веса стакана с телом и стакана с водой.

Задачи с плечом

1. Вес каждого покойника равен 500 Н. С помощью рычага можно получить выигрыш в силе в 3 раза. Значит, действуя на длинный конец рычага, нечистая сила сможет на коротком конце уравновесить 3000 Н, что равно весу 6 покойников.

2. Решение после текста задачи.

3. Решение после текста задачи.

4. Решение после текста задачи.

5. На правый конец правого рычага действует сила тяжести груза Mg . Из правила рычага следует, что эту силу уравновешивает сила $\frac{1}{3}Mg$ на левом конце того же рычага. Эта сила действует на левый рычаг и уравновешивается силой $F = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}Mg$. Следовательно, показанный на картинке рычаг даёт выигрыш в силе в 6 раз.

6. В данном случае рычаг неравноплечий, значит, вес шаров различный. Но известно, что объём шаров одинаковый, следовательно в воде вес шаров уменьшится на одинаковую величину, и правило рычага не будет выполняться. В воде более тяжёлый шар перевесит.

7. Решение после текста задачи.

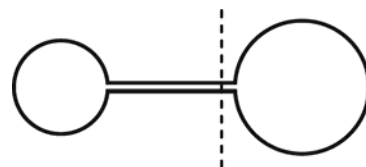
8. Можно считать В точкой опоры и с помощью правила рычага найти силу, действующую в точке А. Слева на рычаг действует сила тяжести груза Mg , следовательно сила в точке А равна $2Mg$ и направлена вниз. Тогда сила в точке В равна $3Mg$ и направлена вверх. Аналогичный ответ можно получить, если выбрать в качестве точки опоры точку А.

9. Решение после текста задачи.

Центр тяжести

1. Решение после текста задачи.

2. Для симметричных фигур массы двух половинок будут равны, но в общем случае массы половинок могут быть различными. Например, можно рассмотреть фигуру, состоящую из двух кругов разного размера, соединённых тонкой полоской, массой которой можно пренебречь. На рисунке показана возможная линия разреза, проходящая через центр тяжести фигурки. Очевидно, что массы двух половинок фигуры различаются.



3. Центр тяжести бревна расположен посередине, то есть на расстоянии $\frac{1}{6}$ длины бревна от края пропасти. Если Серёжа стоит на конце

бревна, он находится на расстоянии, равном $\frac{1}{3}$ длины бревна от края пропасти. Теперь можно записать правило рычага, рассматривая край пропасти как точку опоры. В нашей задаче $\frac{1}{6}L \cdot Mg > \frac{1}{3}L \cdot mg$, поэтому бревно перевесит Серёжу и он сможет дойти до конца бревна.

4. Решение после текста задачи.

5. Пусть ребёнок на правом берегу положит доску так, чтобы она практически полностью лежала на берегу и лишь немного выступала за берег ручья. Сам ребёнок должен встать на край доски. Вторую доску нужно положить одним концом на берег, а другим – на первую доску. Тогда взрослый может переходить через ручей по второй доске. Теперь взрослому нужно встать на место ребёнка, тогда ребёнок сможет перейти через ручей.

6. Решение после текста задачи.

7. Решение после текста задачи.

8. Очевидно, что центр масс такой фигуры находится на линии, соединяющей центры диска и отверстия. Также очевидно, что центр масс находится левее центра диска (см. рисунок к задаче). Обозначим расстояние от центра масс до центра диска x . Если добавить к фигуре «затычку» для отверстия, то центр масс окажется точно в центре диска. Это условие можно записать как $x \cdot \pi(R^2 - r^2) = \frac{R}{2} \cdot \pi r^2$. Следовательно, центр

масс фигуры находится левее центра диска, на расстоянии $x = \frac{Rr^2}{2(R^2 - r^2)}$

от центра.

Задачи на момент силы

1. Нам известна высота и ширина скалы, но не известна её толщина. Зная плотность гранита (приблизительно 2500 кг/м^3), можно оценить толщину скалы. Получается, что средняя толщина скалы равна 2 см. Очевидно, что такую скалу уронит даже достаточно слабый ветер.

Если представить себе, что скала имеет одинаковую толщину и стоит на ровной поверхности, можно оценить силу, которая потребуется, чтобы уронить скалу. Если человек будет прикладывать силу на высоте 2 метра, потребуется относительно небольшая (для скалы массой 20 тонн) сила 1000 Н.

2. Обе силы приложены на одинаковом расстоянии от точки опоры, но плечо силы F_1 меньше, чем плечо силы F_2 . Поэтому для равновесия необходимо, чтобы сила F_1 была больше, чем F_2 .

3. Решение после текста задачи.

4. Очевидно, что силы F_1 и F_2 создают момент сил, вращающий рамку по часовой стрелке. Сила F_3 создаёт момент сил против часовой стрелки. В данном случае плечи всех трёх сил одинаковы и равны длине стороны квадрата, поэтому условие равновесия относительно вращений вокруг точки А можно записать как $F_3 = F_2 + F_1 = 5 \text{ Н}$.

5. Чтобы поднять груз наименьшей силой, необходимо прикладывать силу с наибольшим плечом. Для этого нужно прикладывать силу к самому концу рычага в направлении, перпендикулярном к рычагу. По рисунку можно определить, что правое плечо рычага ровно в 2 раза длиннее левого, поэтому Гоше потребуется сила, равная половине веса груза, то есть 50 Н.

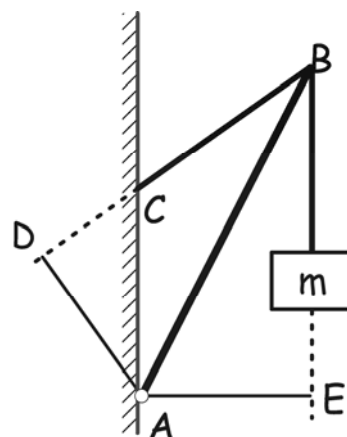
6. На балку действуют сила тяжести балки Mg , сила натяжения троса F , а также сила в шарнире. Удобно записывать моменты относительно шарнира, тогда момент силы в шарнире равен нулю. Плечо силы тяжести

равно $\frac{L}{2}$, плечо силы натяжения троса равно H . Для равенства моментов

необходимо чтобы $Mg \frac{L}{2} = FH$, отсюда $F = \frac{MgL}{2H}$.

7. Решение после текста задачи.

8. В данной задаче удобно рассматривать точку A как точку опоры. Отличный от нуля момент силы относительно точки A создают сила тяжести груза и сила натяжения нити BC. Плечо силы тяжести груза равно AE, плечо силы натяжения нити равно AD. По рисунку можно измерить, что $AE = AD$. Следовательно, сила натяжения нити BC равна силе тяжести груза mg .



9. Решение после текста задачи.

10. На стержень действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила в шарнире. Удобно записать правило рычага, считая точкой опоры шарнир, вокруг которого вращается рычаг. Пусть длина стержня равна L , а площадь сечения S . Тогда сила тяжести стержня равна $LS\rho g$ и направлена вниз, плечо силы тяжести равно $\frac{1}{2}L$. Сила Архимеда равна $\frac{2}{3}LS\rho_B g$, её

плечо равно $\frac{2}{3}L$. Следовательно, из правила рычага $\frac{1}{2}\rho = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\rho_B$. Отсюда

$$\rho = \frac{8}{9}\rho_B.$$

11. Решение после текста задачи.

12. Решение. Предположим, что вся система находится в равновесии. Тогда сила натяжения нити, за которую катушка подвешена к потолку, равна $(M+m)g$. Сила натяжения нити, за которую подвешен груз, равна Mg . Теперь можно записать условие равновесия катушки относительно вращений вокруг её центра. Сила натяжения верхней нити создаёт момент $(M+m)gr$, вращающий катушку по часовой стрелке. Нижняя нить создаёт момент MgR , вращающий катушку против часовой стрелки. Для равновесия катушки необходимо чтобы $(M+m)gr = MgR$. Отсюда

$$M = \frac{mr}{R-r}.$$

Задачи с блоками

1. Независимо от того, в каком направлении мы тянем за правый конец верёвки, плечо силы натяжения равно радиусу блока. Плечо силы тяжести груза, подвешенного за левый конец верёвки, также равно радиусу блока.

Следовательно, независимо от направления, нужно тянуть верёвку за правый конец с силой, равной силе тяжести груза, то есть 10 Н. Неподвижный блок изменяет направление но не величину силы.

2. Решение после текста задачи.

3. Решение после текста задачи.

4. Груз натягивает первый трос с силой, равной весу груза, то есть 100 Н. Первый трос с помощью подвижного блока натягивает второй трос с силой 200 Н. Второй трос, также через подвижный блок, натягивает третий трос с силой $F = 400$ Н.

5. На верхний подвижный блок действует сила $2F$, вниз на этот блок действует сила тяжести Mg , следовательно сила натяжения верёвки, прикреплённой к оси этого блока, равна $2F - Mg$. Значит, на нижний подвижный блок и груз действует сила $4F - 2Mg = Mg + mg$. Следовательно, если $m < M$, то сила F больше mg и такая система не даёт выигрыша в силе. Если $m > M$, то конструкция даёт выигрыш в силе.

6. На плиту действует сила, равная $3F$, следовательно сила натяжения каната должна быть равна $\frac{1}{3}mg$. Из правила рычага следует, что второй канат нужно закрепить на расстоянии $\frac{1}{4}$ длины плиты от края.

7. Груз натягивает верёвку с силой mg , верёвка проходит через блок и второй её конец действует на неоднородное тело. Следовательно, блок действует на рычаг с силой $2mg$, по правилу рычага на втором конце рычага сила натяжения верёвки равна mg . Таким образом, неоднородное тело подвешено на двух нитках, натянутых с силой mg каждая. Следовательно, $M = 2m$.

8. Решение после текста задачи.

9. Точку, за которую рычаг подвешен к потолку, будем рассматривать как точку опоры. На расстоянии 1 отверстия от точки опоры к рычагу подвешены шесть грузов, суммарным весом 60 Н. На расстоянии трёх отверстий от точки опоры к рычагу прикреплён блок. По правилу рычага блок действует на рычаг с силой 20 Н. На блок действуют две силы натяжения нити, следовательно динамометр показывает 10 Н.

10. Для того, чтобы нижний блок был в равновесии, необходимо, чтобы сила натяжения нити справа, которая складывается из натяжения пружины и веса груза m_2g , была равна весу груза m_1g . Суммарная сила, дей-

ствующая на блок, равна $2m_1g$. Эта сила действует на верхний блок и уравновешивается весом груза Mg , следовательно, $M = 2m_1 = 100$ г.

11. В равновесии вес левого груза равен весу правого груза. В зависимости от глубины погружения в жидкость вес правого груза может изменяться от Mg до $Mg\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$. Следовательно, система может находиться

в равновесии, если масса левого груза m лежит в пределах от $M\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$ до M .

12. Решение после текста задачи.

13. Решение после текста задачи.

14. К левому блоку подвешены две нитки, сила натяжения левой нитки равна F и приложена на расстоянии $2R$ от точки подвеса. Плечо силы натяжения правой нитки равно $2R$, следовательно сила натяжения правой нитки равна $2F$. Аналогично сила натяжения правой нитки нижнего блока равна $4F$. Следовательно, на нижний блок со стороны двух ниток действует сила натяжения $6F$, поэтому такая система даёт выигрыш в силе в 6 раз.

15. На нижнюю пружину действует сила натяжения нити, равная F . Следовательно, растяжение пружины равно $\frac{F}{k}$. На блок вниз действуют две силы натяжения нити величиной F каждая. Следовательно, верхняя пружина натянута с силой $2F$, а растяжение этой пружины равно $2\frac{F}{k}$. Блок опустится на такое же расстояние вниз, следовательно, свободный конец нити опустится на удвоенное расстояние $4\frac{F}{k}$. Суммарно, конец нити под действием силы F опустится на $5\frac{F}{k}$.

16. Так же, как и в блоке, сила натяжения всех нитей одинаковая. Верхний блок с нижним соединён 5 нитями, следовательно, такой полиспаст даёт выигрыш в силе в 5 раз.

«Ускоренные» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. Когда сноубордист движется по горизонтальному участку, на него действует сила трения, равная μmg . Следовательно, он будет останавливаться с ускорением $a = \mu g$. За время до полной остановки сноубордист проедет расстояние $\frac{1}{2}\mu gt^2 = L$. Отсюда, коэффициент трения сноуборда о снег равен $\mu = \frac{2L}{gt^2} = 0,12$.

3. Решение после текста задачи.

4. Обозначим скорость хулигана v , а ускорение Деда Мороза a . Тогда за время t хулиган пробежит расстояние vt , Дед Мороз пробежит $\frac{1}{2}at^2$.

Дед Мороз догонит хулигана, когда $v = \frac{1}{2}at$. Через $t_0 = 10$ секунд скорость Деда Мороза стала равна скорости хулигана, отсюда $v = at_0$. С учётом этого условия Дед Мороз догонит хулигана в такой момент времени, что $t_0 = \frac{1}{2}t$, то есть $t = 2t_0$.

5. Для оценки можно считать ускорение пули постоянным и равным a . Пусть время, за которое пуля вылетает из винтовки, равно t . Тогда $v = at$ и $L = \frac{1}{2}at^2$. Отсюда $a = \frac{v^2}{2L} = 675000 \text{ м/с}^2$.

6. Решение после текста задачи.

7. Решение после текста задачи.

8. Решение после текста задачи.

9. Решение после текста задачи.

10. Рассмотрим последнюю секунду падения. Пусть начальная скорость равна v_0 , тогда Винни-Пух за секунду пролетит $v_0t + \frac{gt^2}{2}$, где время $t = 1$ секунда. Отсюда получаем, что $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Чтобы набрать такую скорость, Винни-Пух должен падать в течение 1,5 секунд. За это время он пролетит 11,25 метров. За последнюю секунду он пролетит ещё 20 метров, следовательно высота дуба равна 31,25 метров.

11. Обозначим начальную скорость мячиков v_0 . За время t до момента столкновения верхний мячик пролетел расстояние $\frac{2}{3}H = v_0t + \frac{gt^2}{2}$. Нижний

мячик пролетел $\frac{1}{3}H = v_0t - \frac{gt^2}{2}$. Если эти равенства сложить, получим

$$H = 2v_0t. \text{ Теперь вычтем из первого равенства второе и получим } \frac{1}{3}H = gt^2.$$

Отсюда $t^2 = \frac{H}{3g}$, подставим в выражение для начальной скорости

$$v_0^2 = \frac{H^2}{4t^2} = \frac{3gH}{4}.$$

12. Решение после текста задачи.

13. На ракету действуют сила тяги двигателей и сила тяжести. Для того чтобы ракета взлетала вверх с ускорением a , сила тяги двигателей должна быть равна $F = M(g + a)$. Во время полёта ракета выбрасывает назад струю газа, соответственно по третьему закону Ньютона газы толкают ракету вперёд. Значит, сила F разгоняет струю газа до скорости v . Отсюда следует, что за время t ракета выбрасывает газ массой $m = \frac{F \cdot t}{v}$. Оконча-

тельно получаем, что ракета сжигает $\frac{(g + a)}{v}M$ топлива за секунду.

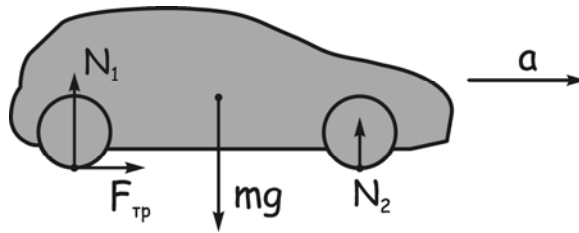
14. Из закона сохранения импульса следует, что после того, как барон Мюнхгаузен вскочил на ядро, его скорость уменьшится в 6 раз. Можно мысленно разделить скорость на горизонтальную и вертикальную составляющие. Время, через которое ядро упадёт на землю, определяется вертикальной составляющей скорости. С бароном вертикальная скорость ядра будет в 6 раз меньше, поэтому ядро упадёт в 6 раз быстрее. Горизонтальная скорость ядра также будет в 6 раз меньше. В итоге барон Мюнхгаузен будет лететь в течение $\frac{1}{6}$ времени со скоростью, которая

равна $\frac{1}{6}$ от скорости ядра. Поэтому барон пролетит только $\frac{1}{36}$ часть расстояния до вражеского лагеря.

15. По условию задачи центр масс автомобиля расположен посередине между колёсами. Поэтому когда автомобиль стоит на месте или движется с постоянной скоростью, его вес распределяется равномерно

между передними и задними колёсами $N_1 = N_2 = \frac{mg}{2}$. Когда автомобиль разгоняется, вес автомобиля перераспределяется между колёсами. Поэтому автомобиль «поднимает нос» при разгоне. Рассмотрим случай, когда автомобиль разгоняется с ускорением a . Автомобиль разгоняется

благодаря тому, что на него действует сила трения, которая возникает между нижней точкой колеса и асфальтом, поэтому $a = \frac{F_{\text{тр}}}{m}$.



Силы реакции опоры N_1 и N_2 найдем из условия равенства нулю суммы моментов сил относительно центра масс автомобиля, поэтому $N_1 \frac{L}{2} = N_2 \frac{L}{2} + F_{\text{тр}} h$. Кроме того сумма сил реакции опоры равна силе тяжести автомобиля $N_1 + N_2 = mg$. Если автомобиль переднеприводный, то макси-

мальная сила трения равна μN_2 . Следовательно, $(mg - N_2) \frac{L}{2} = N_2 \frac{L}{2} + \mu N_2 h$.

Отсюда находим $N_2 = \frac{mgL}{2(L + \mu h)}$. Следовательно, максимальное ускорение

$a = \frac{N_2}{m} = \frac{gL}{2(L + \mu h)}$. Для заднеприводного автомобиля максимальная сила трения равна μN_1 . Поэтому условие равенства моментов относительно

центра масс удобно переписать как $N_1 \frac{L}{2} = (mg - N_1) \frac{L}{2} + \mu N_1 h$. Отсюда

$N_1 = \frac{mgL}{2(L - \mu h)}$, соответственно, максимальное ускорение $a = \frac{N_1}{m} = \frac{gL}{2(L - \mu h)}$.

«Неинерциальные» задачи

1. Решение после текста задачи.
2. Если ракета движется с ускорением a , направленным вверх, то в системе отсчёта ракеты на космонавта действуют сила тяжести mg и сила инерции ma . Обе силы направлены вниз. Для того чтобы вес космонавта стал в 2 раза больше его обычного веса, сила инерции должна быть равна силе тяжести. Значит, ускорение ракеты численно равно ускорению свободного падения $a = 10 \text{ м/с}^2$.
3. Когда лифт движется с ускорением, направленным вверх, в системе отсчёта лифта возникает сила инерции, направленная вниз, поэтому в системе отсчёта лифта ускорение свободного падения увеличивается и

становится равным $g+a$. Высота столба ртути в барометре определяется из условия равенства давления ртути и атмосферного давления $\rho(g+a)h = P_A$. Поэтому, высота столба ртути уменьшается. Аналогично, когда ускорение лифта направлено вниз, в системе отсчёта лифта ускорение свободного падения уменьшается. Поэтому высота столба ртути и показания барометра увеличиваются.

4. Решение после текста задачи.

5. Можно взять чашечные весы и двигать их с ускорением, направленным вверх (относительно весов). Тогда на сами весы, а также на грузы в чашках весов, будет действовать сила инерции, которая направлена вниз и действует аналогично силе тяжести.

«Вращательные» задачи

1. На водителя действует центробежная сила, равная $\frac{Mv^2}{R} \approx 417 \text{ Н}$.

2. Длина окружности связана с диаметром соотношением $L = \pi d$. Следовательно, длина окружности колеса аттракциона $L = 34,5 \text{ м}$. Колесо вращается со скоростью 15 оборотов в минуту, то есть 1 оборот колесо делает за 4 секунды, отсюда скорость вращения края колеса равна $8,6 \text{ м/с}$. Человека к упору прижимает центробежное ускорение, равное $\frac{v^2}{R} = \frac{2v^2}{d} \approx 13,6 \text{ м/с}^2$. Это ускорение больше, чем ускорение свободного падения. Следовательно, центробежная сила сможет удержать человека, даже если колесо будет в вертикальном положении.

3. Перегрузка будет максимальной в нижней точке траектории. В нижней точке сила тяжести и центробежная сила сонаправлены, поэтому результирующая сила максимальна по величине. Кроме того, по мере выполнения мёртвой петли скорость самолёта будет снижаться. Если в нижней точке перегрузка равна 9, центробежная сила равна $8mg = \frac{mv^2}{R}$. Следовательно, скорость самолёта можно определить из условия $v^2 = 8gR$. Получаем, что $v \approx 90 \text{ м/с}$.

4. Нужно заставить космический корабль вращаться вокруг его центра масс.

5. Решение после текста задачи.

6. Для того чтобы все время находиться над одной точкой на поверхности Земли, спутник должен делать ровно 1 оборот за сутки. Обозначим радиус орбиты R , тогда длина орбиты равна $2\pi R$. Отсюда получаем, что скорость спутника $v = \frac{2\pi R}{1 \text{сутки}}$. Центробежная сила, которая действует на

спутник, равна $\frac{mv^2}{R}$. Для того, чтобы спутник двигался по круговой орбите, эта сила должна быть равна силе притяжения Земли.

В этой задаче высота орбиты спутника будет большой, поэтому нужно учесть, что сила притяжения спутника к Земле убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до центра Земли. Поэтому силу притяжения спутника можно представить как $mg \frac{R_3^2}{R^2}$, где через R_3 обозначен радиус Земли.

Отсюда получаем $mg \frac{R_3^2}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$, в этом выражении можно сократить массу спутника. Затем выразим скорость через радиус орбиты $v = \frac{2\pi R}{1 \text{сутки}}$

и получим $g \frac{R_3^2}{R^2} = \frac{1}{R} \left(\frac{2\pi R}{1 \text{сутки}} \right)^2$. Отсюда выражаем куб радиуса орбиты

$R^3 = \frac{1}{4\pi^2} R_3^2 g (1 \text{сутки})^2$. Если подставить числа, получим что радиус орбиты спутника равен 42 тыс. км, а скорость движения спутника по орбите равна 3 км/с.

7. Земля делает 1 оборот вокруг своей оси за сутки. Мы помним, что длина экватора Земли приблизительно равна 40000 км. Отсюда получаем, что точка на экваторе Земли вращается с достаточно большой скоростью около 460 м/с. Поэтому ускорение, которое создаётся центробежной силой, равно $\frac{v^2}{R} \approx 0.03 \text{ м/с}^2$.

8. Решение после текста задачи.

«Работающие» задачи

1. Решение после текста задачи.

2. Решение после текста задачи.

3. Ведро с водой нужно поднять от уровня края воды до уровня края бочки, для этого необходимо совершить работу. Женя вычерпывал воду со дна бочки. Ему приходилось поднимать воду на большую высоту, значит, он совершил большую работу.

4. Решение после текста задачи.

5. Центр масс верёвки находится на расстоянии $\frac{1}{2}l$ от края скалы. Поднимая верёвку, альпинист совершит работу, равную $\frac{1}{2}mgl = 1000$ Дж.

6. Работа, произведённая над пулей, может быть вычислена как площадь под графиком действующей на пулю силы от положения пули. Таким образом, над пулей произведена работа, равная $F_0 \left(\frac{1}{2}L_1 + L_2 + \frac{1}{2}L_3 \right)$.

7. Для того чтобы поднимать гирию с ускорением a , необходимо прикладывать силу $m(g+a)$. Следовательно, физкультурник совершает работу $m(g+a)h$. Эта работа больше работы, необходимой для того, чтобы просто поднять гирию на высоту h , потому что часть работы идёт на увеличение скорости гири.

8. Контейнер движется относительно баржи с начальной скоростью v и останавливается за время t , при этом контейнер смещается на расстояние $\frac{vt}{2}$. Ускорение контейнера равно $a = \frac{v}{t}$, следовательно на контейнер действует сила трения, равная ma . Значит, сила трения совершает работу, равную $mv \cdot \frac{vt}{2} = \frac{mv^2}{2}$.

9. В каждый момент времени на посыпанный участок приходится часть веса лыжника, пропорциональная тому, насколько лыжи въехали на посыпанный участок. Поэтому первые 2 метра сила трения будет линейно возрастать от 0 до $\mu mg = 250$ Н, следовательно, работа силы трения на этом участке будет равна $\frac{250 \text{ Н} \cdot 2 \text{ м}}{2} = 250$ Дж. Затем сила трения будет постоянной и равной 250 Н. Поэтому на последнем метре работа силы трения будет равна 250 Дж. Суммарно работа силы трения будет равна 500 Дж.

«Мощные» задачи

1. Решение после текста задачи.
2. Мощность равна работе, совершаемой двигателем троллейбуса за единицу времени, то есть произведению силы тяги на скорость троллейбуса. Отсюда сила тяги равна $\frac{20 \text{ кВт}}{10 \text{ м/с}} = 2 \text{ кН}$.
3. Учёный поднимается по лестнице на $h = 15$ метров вверх, при этом он совершает работу, равную $(M+m)gh$, где M – масса учёного, а m – масса колбасы. Эта работа равна произведению мощности p , развиваемой учёным, на время подъёма. Без колбасы $Mgh = pt_0$, с колбасой $(M+m)gh = p(t_0 + t)$. Вычтем из второго равенства первое и получим $mgh = pt$, отсюда масса колбасы $m = \frac{pt}{gh} = 2 \text{ кг}$.
4. При движении с большой скоростью значительная часть мощности двигателя тратится на преодоление силы сопротивления воздуха. Мощность силы сопротивления воздуха равна произведению силы сопротивления и скорости движения автомобиля $p = Fv = \beta v^3$. По условию задачи мощность двигателя равна 68 лошадиных сил, или 50 кВт. Следовательно, $\beta v^3 = 50 \text{ кВт}$, или $v^3 = 125000 \text{ (м/с)}^3$, отсюда максимальная скорость автомобиля $v = 50 \text{ м/с}$, или 180 км/ч.

«Энергичные» задачи

1. Энергия автомобиля массой m , который движется со скоростью v , равна $\frac{mv^2}{2}$. Двигатель мощностью p может сообщить автомобилю эту энергию за время $\frac{mv^2}{2p} \approx 5.3 \text{ с}$. В действительности автомобиль с подобными характеристиками будет разгоняться приблизительно в 2 раза дольше. Это связано с тем, что максимальная мощность двигателя достигается только на высоких оборотах, мощность на небольших оборотах значительно ниже. Также в решении мы не учитывали силы сопротивления различной природы.
2. Решение после текста задачи.

3. Работа двигателя равна произведению силы тяги на перемещение ракеты под действием этой силы $A = F \cdot H = 5 \cdot 10^6$ Дж. Изменение потенциальной энергии ракеты равно $E_{\text{п}} = MgH = 2 \cdot 10^6$ Дж. Полная механическая энергия ракеты равна работе двигателя. Разница между работой двигателя и потенциальной энергией ракеты расходуется на увеличение кинетической энергии ракеты, следовательно кинетическая энергия ракеты равна $E_{\text{кин}} = A - E_{\text{п}} = 3 \cdot 10^6$ Дж.

4. Энергия сжатой пружины равна $\frac{kx^2}{2}$. После выстрела половина этой энергии перейдёт в энергию пульки. Высоту, на которую пулька сможет подлететь, можно определить из закона сохранения энергии $\frac{kx^2}{4} = mgh$, отсюда $h = \frac{kx^2}{4mg} = 2.25$ м.

5. Работа силача Бамбулы равна произведению прикладываемой силы на перемещение: $A = Fh = 300$ Дж. Изменение потенциальной энергии гири $mgh = 200$ Дж. Следует обратить внимание на то, что совершенная работа больше, чем изменение потенциальной энергии тела. Когда силач Бамбула поднимал гирю, он прикладывал силу, большую, чем сила тяжести гири. Следовательно, он поднимал гирю с ускорением. Когда Бамбула поднимет гирю на высоту 2 метра, скорость гири не будет равна нулю. Кинетическая энергия гири будет равна разности между работой и изменением потенциальной энергии гири, а полная энергия гири будет равна совершенной работе.

6. Решение после текста задачи.

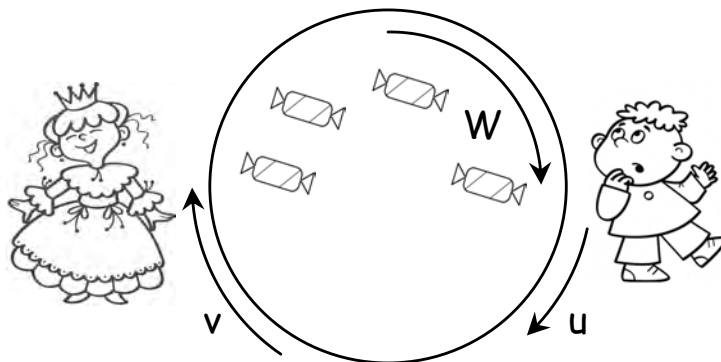
7. Масса воды, налитой в аквариум, равна $\frac{\rho L^3}{2}$. Вначале центр масс воды находился на высоте $L/2$, следовательно потенциальная энергия воды равна $\frac{\rho g L^4}{4}$. После того как перегородку убрали, вода растеклась по аквариуму. Аквариум заполнен водой до уровня $L/2$, поэтому центр масс воды находится на высоте $L/4$, а потенциальная энергия воды равна $\frac{\rho g L^4}{8}$. Следовательно, после того как убрали перегородку, выделилась энергия $\frac{\rho g L^4}{8} \approx 78$ кДж. Эта энергия выделилась в виде тепла, то есть вода нагрелась.

8. Вес слитка в воде уменьшается на величину силы Архимеда и становится равным $\frac{\rho_{\text{зол}} - \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}} mg$. Следовательно, водолаз совершает работу $\frac{\rho_{\text{зол}} - \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}} mgh \approx 95$ Дж. Изменение потенциальной энергии слитка равно $mgh = 100$ Дж, разница связана с уменьшением потенциальной энергии воды.

9. Решение после текста задачи.

10. Вначале пружина не растянута и потенциальная энергия пружины равна 0. Затем сила тяжести груза растягивает пружину, при этом увеличивается потенциальная энергия пружины и уменьшается потенциальная энергия груза. Энергия системы «груз и пружина» состоит из трёх слагаемых – потенциальной энергии груза, кинетической энергии груза и потенциальной энергии пружины. Из закона сохранения энергии можно определить при каком положении груза его скорость (и его кинетическая энергия) будет равна нулю. Это положение будет соответствовать крайним точкам колебаний пружины. Обозначим растяжение пружины x , тогда в крайних точках $mgx = \frac{kx^2}{2}$. Существуют два решения этого уравнения: $x = 0$ соответствует верхнему положению (нерастянутой пружине), $x = \frac{2mg}{k}$ соответствует максимальному растяжению пружины.

11. При максимально допустимой массе груза верёвка будет растянута до предела, то есть на aL . Это значит, что груз во время падения опустится на $(2+a)L$. При максимальном растяжении верёвки скорость груза и его кинетическая энергия будут равны нулю. Следовательно, вся потенциальная энергия груза пойдёт на растяжение верёвки. Из закона сохранения энергии $mg(2+a)L = \frac{k(aL)^2}{2}$, где $k = \frac{T}{aL}$ – жёсткость верёвки. Подставим выражение для жёсткости в формулу для закона сохранения энергии и получим $mg(2+a)L = \frac{aLT}{2}$. Отсюда максимально допустимая масса груза равна $m = \frac{aT}{2(2+a)g} \approx 122$ кг. Заметьте, максимально допустимая масса груза не зависит от длины верёвки.



Богословский Никита Александрович

ФИЗИЧЕСКИЙ КРУЖОК

ДЛЯ ШЕСТИКЛАССНИКОВ И СЕМИКЛАССНИКОВ

Редактор *А. Русаков.*

Художественный редактор *Д. Матиясевич.*

Технический редактор *О. Егорова.*

Рисунки *Н. Богословский* и *В. Кириченко.*

Автономная некоммерческая просветительская организация
в области естествознания и высоких технологий

«ШКОЛЬНАЯ ЛИГА»

Санкт-Петербург, 9 линия ВО, д. 8 каб. 28

е-мэйл: books@fondedu.ru тел. 8(812)640-21-31

Генеральный директор М.М.Эпштейн

Подписано в печать 25.11.2012

Тираж 130 экз. Заказ №

Отпечатано в ООО **«Издательство «ЛЕМА»**

Санкт-Петербург, Средний пр. В.О., 24 Телефон/факс: (812) 401-01-74

е-mai: izd_lemma@mail.ru